

Релятивистские поправки к сечениям парного  
рождения тяжелых дикварков в  
электрон–позитронной аннигиляции

А.П. Мартыненко<sup>1,2</sup>, А.М. Трунин<sup>2,3</sup>

<sup>1</sup>Самарский государственный университет

<sup>2</sup>Самарский государственный аэрокосмический университет  
имени академика С.П. Королёва

<sup>3</sup>Объединенный институт ядерных исследований

# Парное рождение чармония

$e^+e^-$ -аннигиляция:

- K. Abe et al. (Belle Collaboration), Phys. Rev. Lett. **89**, 142001 (2002)

$$\sigma[e^+e^- \rightarrow J/\psi + \eta_c] \times \mathcal{B}_{\geq 4} = 33_{-6}^{+7} \pm 9 \text{ fb}$$

Теоретические предсказания:

- E. Braaten and J. Lee, Phys. Rev. D **67**, 054007 (2003); **72**, 099901(E) (2005)
- K.Y. Liu, Z. G. He, and K. T. Chao, Phys. Lett. B **557**, 45 (2003)

$$\sigma[e^+e^- \rightarrow J/\psi + \eta_c] = 3.78 \pm 1.26 \text{ fb}$$

$$\sigma[e^+e^- \rightarrow J/\psi + \eta_c] = 5.5 \text{ fb}$$

Экспериментальные результаты:

- K. Abe et al. (Belle Collaboration), Phys. Rev. D **70**, 071102 (2004)
- B. Aubert et al. (BABAR Collaboration), Phys. Rev. D **72**, 031101 (2005)

$$\sigma[e^+e^- \rightarrow J/\psi + \eta_c] \times \mathcal{B}_{>2} = 25.6 \pm 2.8 \pm 3.4 \text{ fb}$$

$$\sigma[e^+e^- \rightarrow J/\psi + \eta_c] \times \mathcal{B}_{>2} = 17.6 \pm 2.8 \pm 2.1 \text{ fb}$$

# Парное рождение чармония

Дальнейшие теоретические исследования:

- Y.J. Zhang, Y.J. Gao, K.T. Chao, Phys. Rev. Lett. **96**, 092001 (2006)  
G.T. Bodwin, D. Kang, T. Kim, J.Lee, C. Yu, AIP Conf. Proc. **892**, 315 (2007)  
Z. G. He, Y. Fan, and K. T. Chao, Phys. Rev. D **75**, 074011 (2007)
- J.P. Ma, Z.G. Si, Phys. Rev. D **70**, 074007 (2004)  
A.E. Bondar, V.L. Chernyak, Phys. Lett. B **612**, 215 (2005)  
V.V. Braguta, A.K. Likhoded, A.V. Luchinsky, Phys. Rev. D **72**, 074019 (2005)
- D. Ebert, A.P. Martynenko, Phys. Rev. D **74**, 054008 (2006)  
D. Ebert, R.N. Faustov, V.O. Galkin, A.P. Martynenko,  
Phys. Lett. B **672**, 264 (2009)  
E.N. Elekina, A.P. Martynenko, Phys. Rev. D **81**, 054006 (2010)  
A.P. Martynenko, A.M. Trunin, arXiv:1106.2741
- G.T. Bodwin, J. Lee, C. Yu, Phys. Rev. D **77**, 094018 (2008)

$$\sigma_{[Bodwin, Lee, Yu]} = 17.6_{-6.7}^{+8.1} \text{ fb}$$

Результат включает поправки NLO  $\alpha_s$ , а также релятивистские поправки и LO  $\alpha_e$

# Парное рождение дикварков

- V.V. Braguta, V.V. Kiselev, A.E. Chalov, Phys. Atom. Nucl. **65**, 1537 (2002)

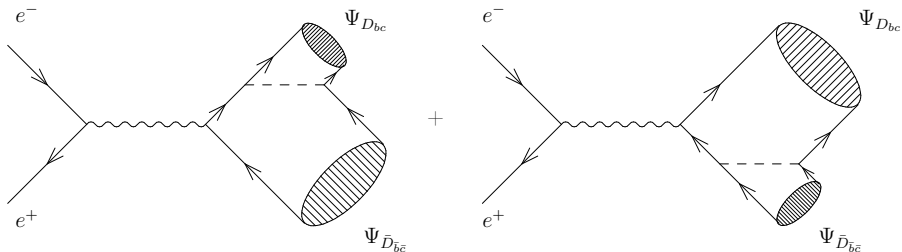
Рассматривается рождение  $S$ -волновых пар тяжелых дикварков ( $bb$  и  $cc$ ).

Два источника релятивистских поправок:

- волновые функции дикварков (потенциал Брейта);
- слагаемые  $\mathcal{O}(p^2)$  в амплитуде рождения (в том числе, из разложений пропагаторов).

Квазипотенциальный подход к релятивистской кварковой модели:

$$\mathcal{M}[e^+e^- \rightarrow D_1 D_2] = \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^3} \bar{\Psi}^{D_1}(p, P) \bar{\Psi}^{D_2}(q, Q) \otimes T(p_1, p_2; q_1, q_2).$$



## Парное рождение дикварков

$$\mathcal{M} = -\frac{8\pi^2\alpha}{3\sqrt{s}} \sqrt{M_{D_{bc}} M_{\bar{D}_{\bar{b}\bar{c}}}} [\bar{v}(p_+) \gamma_\beta u(p_-)] \delta^{ij} \times$$

$$\int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^3} \frac{\bar{\Psi}_{D_{bc}}^0(\mathbf{p})}{\sqrt{\frac{\epsilon_1(\mathbf{p})}{m_1} \frac{(\epsilon_1(\mathbf{p})+m_1)}{2m_1} \frac{\epsilon_2(\mathbf{p})}{m_2} \frac{(\epsilon_2(\mathbf{p})+m_2)}{2m_2}}} \frac{\bar{\Psi}_{\bar{D}_{\bar{b}\bar{c}}}^0(\mathbf{q})}{\sqrt{\frac{\epsilon_1(\mathbf{q})}{m_1} \frac{(\epsilon_1(\mathbf{q})+m_1)}{2m_1} \frac{\epsilon_2(\mathbf{q})}{m_2} \frac{(\epsilon_2(\mathbf{q})+m_2)}{2m_2}}} \times$$

$$\text{Tr}\{\mathcal{T}_{12}^\beta + \kappa \mathcal{T}_{34}^\beta\},$$

$\Psi_D^0$  — волновые функции в системе покоя дикварка;

$$\mathcal{T}_{12}^\beta = Q_c \alpha_b \left[ \frac{\hat{v}_1 - 1}{2} + \hat{v}_1 \frac{\mathbf{p}^2}{2m_2(\epsilon_2(\mathbf{p}) + m_2)} - \frac{\hat{p}}{2m_2} \right] \Sigma_{S,AV}^1(1 + \hat{v}_1) \times$$

$$\left[ \frac{\hat{v}_1 + 1}{2} + \hat{v}_1 \frac{\mathbf{p}^2}{2m_1(\epsilon_1(\mathbf{p}) + m_1)} + \frac{\hat{p}}{2m_1} \right] \left[ \gamma^\beta \frac{\hat{p}_1 - \hat{l} + m_1}{(l - p_1)^2 - m_1^2} \gamma_\mu + \gamma_\mu \frac{\hat{l} - \hat{q}_1 + m_1}{(l - q_1)^2 - m_1^2} \gamma^\beta \right] D^{\mu\nu}(k_2) \times$$

$$\left[ \frac{\hat{v}_2 - 1}{2} + \hat{v}_2 \frac{\mathbf{q}^2}{2m_1(\epsilon_1(\mathbf{q}) + m_1)} + \frac{\hat{q}}{2m_1} \right] \Sigma_{S,AV}^2(1 + \hat{v}_2) \left[ \frac{\hat{v}_2 + 1}{2} + \hat{v}_2 \frac{\mathbf{q}^2}{2m_2(\epsilon_2(\mathbf{q}) + m_2)} - \frac{\hat{q}}{2m_2} \right] \gamma_\nu,$$

$$\epsilon(p) = \sqrt{p^2 + m^2}; \quad v_1 = P/M_{D_1}; \quad v_2 = Q/M_{D_2};$$

$p_{1,2}$  — импульсы  $s$  и  $b$  кварков в составе дикварка  $\mathcal{D}_{bc}$ ;

$\kappa = -1$  для случая пары скалярного и аксиально-векторного дикварков.

# Разложение пропагаторов

$$\frac{1}{(l - q_{1,2})^2 - m_{1,2}^2} = \frac{1}{\kappa_{1,2}s} \left[ 1 - \tilde{W}_2 \frac{\kappa_{1,2} - \kappa_{2,1}}{\kappa_{2,1}} - \frac{2m_{1,2}M}{s} (\tilde{W}_2 - \kappa_{1,2}\tilde{W}_1) - \frac{q^2 \mp 2lq}{\kappa_{1,2}s} + \dots \right],$$

$$\frac{1}{k_{1,2}^2} = \frac{1}{\kappa_{2,1}^2 s} \left[ 1 - \frac{\kappa_{1,2} - \kappa_{2,1}}{\kappa_{2,1}} (\tilde{W}_1 + \tilde{W}_2) \pm \frac{2(pQ + qP)}{\kappa_{2,1}s} - \frac{(p+q)^2}{\kappa_{2,1}^2 s} + \dots \right],$$

$M = m_1 + m_2$ ,  $\kappa_{1,2} = m_{1,2}/M$ ,  $\tilde{W}_{1,2} = W_{1,2}/M$ ,  
 $W_{1,2} = M_{D_{1,2}} - m_1 - m_2$  — энергии связи дикварков.

Энергии кварков  $\epsilon(p) = \sqrt{p^2 + m^2}$ , входящие в амплитуду, сохраняются без разложений.

Угловые интегралы:

$$\int \frac{\Psi_0^S(\mathbf{p})}{\left[ \frac{\epsilon(p)}{m} \frac{\epsilon(p)+m}{2m} \right]} \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi} \int_0^\infty \frac{p^2 R_S(p)}{\left[ \frac{\epsilon(p)}{m} \frac{\epsilon(p)+m}{2m} \right]} dp,$$

$$\int p_\mu p_\nu \frac{\Psi_0^S(\mathbf{p})}{\left[ \frac{\epsilon(p)}{m} \frac{\epsilon(p)+m}{2m} \right]} \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} = -\frac{1}{3\sqrt{2}\pi} (g_{\mu\nu} - v_{1\mu} v_{1\nu}) \int_0^\infty \frac{p^4 R_S(p)}{\left[ \frac{\epsilon(p)}{m} \frac{\epsilon(p)+m}{2m} \right]} dp.$$

# Амплитуды парного рождения дикварков

$$\mathcal{M}_{S+S} = -\frac{64\pi^2\alpha}{9s^6} \frac{M^3}{r_1^2 r_2^2 M_S^4} (v_2 - v_1)^\beta \bar{v}(p_+) \gamma_\beta u(p_-) \delta_{ij} \bar{\Psi}_S^0(0) \bar{\Psi}_S^0(0) \times$$

$$\left[ Q_c \alpha_s \left( \frac{m_2^2}{M^2} s \right) r_2^{-3} F_{1,S} + Q_b \alpha_s \left( \frac{m_1^2}{M^2} s \right) r_1^{-3} F_{2,S} \right],$$

$$\mathcal{M}_{S+AV} = -\frac{64\pi^2\alpha}{9 r_1^2 r_2^2 s^6} \frac{M^5}{M_S^2 M_{AV}^2} \varepsilon_{\beta\alpha\sigma\lambda} \varepsilon_{AV}^\alpha v_1^\sigma v_2^\lambda \bar{v}(p_+) \gamma_\beta u(p_-) \delta_{ij} \bar{\Psi}_S^0(0) \bar{\Psi}_{AV}^0(0) \times$$

$$\left[ Q_c \alpha_s \left( \frac{m_2^2}{M^2} s \right) r_2^{-3} F_{1,SAV} - Q_b \alpha_s \left( \frac{m_1^2}{M^2} s \right) r_1^{-3} F_{2,SAV} \right],$$

$$\mathcal{M}_{AV+AV} = -\frac{64\pi^2\alpha}{9s^6} \frac{M^4}{r_1^2 r_2^2 M_{AV}^3} \bar{v}(p_+) \gamma_\beta u(p_-) \delta_{ij} \bar{\Psi}_{AVD_{bc}}^0(0) \bar{\Psi}_{AV}^0(0) \times$$

$$\left[ F_{1,AV} (v_2 - v_1)^\beta (\varepsilon_{1,AV} \cdot \varepsilon_{2,AV}) + F_{2,AV} (v_2 - v_1)^\beta (\varepsilon_{1,AV} \cdot v_2) (\varepsilon_{2,AV} \cdot v_1) \right.$$

$$\left. + F_{3,AV} \left[ (\varepsilon_{2,AV} \cdot v_1) \varepsilon_{1,AV}^\beta - (\varepsilon_{1,AV} \cdot v_2) \varepsilon_{2,AV}^\beta \right] \right],$$

$F$  — функции энергии, масс и интегральных параметров от ВФ дикварков.

- V.V. Braguta, V.V. Kiselev, A.E. Chalov, Phys. Atom. Nucl. **65**, 1537 (2002)

# Эффективный релятивистский гамильтониан

$$H = H_0 + \Delta U_1 + \Delta U_2 + \Delta U_3,$$

$$H_0 = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m_1^2} + \sqrt{\mathbf{p}^2 + m_2^2} - m_1 - m_2 - \frac{C_F \tilde{\alpha}_s}{2r} + \frac{1}{2}(Ar + B),$$

$$\Delta U_1(r) = -\frac{C_F \alpha_s^2}{8\pi r} [2\beta_0 \ln(\mu r) + a_1 + 2\gamma_E \beta_0], \quad a_1 = \frac{31}{3} - \frac{10}{9} n_f,$$

$$\Delta U_2(r) = -\frac{C_F \alpha_s}{4m_1 m_2 r} \left[ \mathbf{p}^2 + \frac{\mathbf{r}(\mathbf{r}\mathbf{p})\mathbf{p}}{r^2} \right] + \pi C_F \alpha_s \frac{m_1^2 + m_2^2}{4m_1^2 m_2^2} \delta(\mathbf{r}) -$$

$$\frac{C_F \alpha_s}{4m_1 m_2} \left[ \frac{\mathbf{S}^2}{r^3} - 3 \frac{(\mathbf{S}\mathbf{r})^2}{r^5} - \frac{4\pi}{3} (2\mathbf{S}^2 - 3) \delta(\mathbf{r}) \right] - \frac{C_F \alpha_s^2}{8m_1 m_2 r^2} \left( 3(m_1 + m_2) - \frac{4}{3} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \right),$$

$$\Delta U_3(r) = f_V \left[ A \frac{m_1^2 + m_2^2}{8m_1^2 m_2^2 r} + \frac{2A}{3m_1 m_2 r} \mathbf{S}_1 \mathbf{S}_2 + \frac{A}{6m_1 m_2 r} \left( \frac{3}{r^2} (\mathbf{S}_1 \mathbf{r})(\mathbf{S}_2 \mathbf{r}) - \mathbf{S}_1 \mathbf{S}_2 \right) \right].$$

	$M_{\text{theor, GeV}}$	$M$ [PDG] или [EGF], GeV
$J/\psi$	3.090	3.097
$\eta_c$	2.988	2.984
$B_c, S=0$	6.279	6.275
$B_c, S=1$	6.321	6.333
$(cc), S=1$	3.227	3.226
$(bb), S=0$	6.518	6.519
$(bb), S=1$	6.528	6.526

- J. Beringer et al. (PDG), Phys. Rev. D **86**, 010001 (2012)
- D. Ebert, R.N. Faustov, and V.O. Galkin, Eur. Phys. J. C **71**, 1825 (2011)
- arXiv.0706.3853



# Численные результаты

	$\sigma_{\text{nonrel, fb}}$	$\sigma_{\text{relativistic, fb}}$
(bc), S + S 15 GeV	0.0007	0.0005 (-35%)
(bc), S + AV 16 GeV	0.070	0.017 (-76%)
(bc), AV + AV 16 GeV	0.178	0.034 (-81%)
(cc), AV + AV 7.6 GeV	0.386	0.085 (-78%)
(cc), AV + AV 10.6 GeV	0.071	0.020 (-72%)

- поправки  $\mathcal{O}(p^2)$  из амплитуды дают положительный вклад в сечение (20–30%);
- существенное падение сечения обусловлено волновой функцией дикварков (60–65%).

Спасибо за внимание!