

**Эффекты сильного поля в  
образовании лептонов и фотонов  
при соударениях тяжелых  
релятивистских ядер на RHIC и LHC**

**В.Г. Сербо**

*Новосибирский государственный университет, Россия*

*Институт математики СО РАН, Россия*

## План:

1. Введение

2. Эффекты сильного поля в образовании  $e^+e^-$  и  $\mu^+\mu^-$  пар

3. Большой вклад виртуального дельбрюковского рассеяния в тормозном излучении ядер

**4. Образование свободно-связанных  $e^+e^-$  пар на ЛНС**

# 1. Введение

Основные параметры коллайдеров RHIC и LHC:  
заряды ядер  $Z_1 = Z_2 \equiv Z$  и лоренц-факторы  $\gamma_1 = \gamma_2 \equiv \gamma$

Collider	$Z$	$\gamma$
RHIC, Au-Au	79	108
LHC, Pb-Pb	82	3000

## Насколько **сильны** ЭМ поля ядра?

Типичное электрическое поле ядра имеет порядок

$$\mathcal{E} \sim \frac{Ze}{\rho^2} \gamma = \gamma Z\alpha \mathcal{E}_{\text{Schwinger}} \text{ при } \rho = \frac{\hbar}{m_e c},$$

$$\mathcal{E}_{\text{Schwinger}} = \frac{m_e^2 c^3}{e\hbar} = 1.3 \cdot 10^{16} \frac{\text{V}}{\text{cm}},$$

следовательно,

$$\frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_{\text{Schwinger}}} \sim \mathbf{60} \text{ для RHIC и } \sim \mathbf{1800} \text{ для LHC,}$$

но время взаимодействия ядер **очень мало**.

В итоге, мы можем использовать **теорию возмущений**, но параметр разложения в этой теории не мал:

**$Z\alpha \approx 0.6$**  для Au-Au и Pb-Pb соударений.

## 2. Эффекты сильного поля в образовании $e^+e^-$ и $\mu^+\mu^-$ пар

The cross section of **one  $e^+e^-$  pair production in the Born approximation** (described by Feynman diagram of Fig. 1)

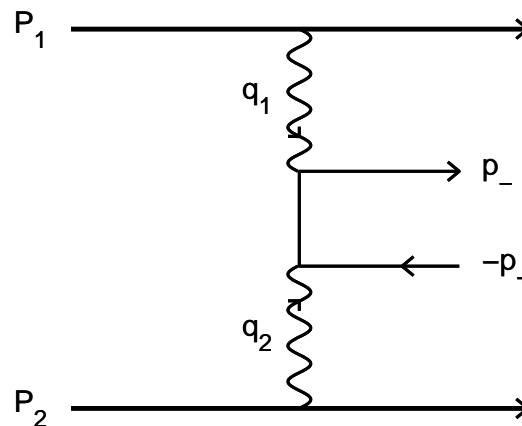


Fig. 1

with **two photon production** was obtained many years ago by

*Landau, Lifshitz (1934)* and *Racah (1937)*:

$$\sigma_{\text{Born}} = \sigma_0 \left[ L^3 - 2.198 L^2 + 3.821 L - 1.632 \right],$$

where

$$\sigma_0 = \frac{28}{27\pi} \frac{(Z_1 \alpha Z_2 \alpha)^2}{m_e^2}, \quad \alpha = \frac{1}{137}, \quad L = \ln(\gamma_1 \gamma_2) \gtrsim 10,$$

$m_e$  is the electron mass and  $c = 1, \hbar = 1$ .

Since **the parameter**  $Z\alpha \approx 0.6$  **is not small**

the **whole** series in  $Z\alpha$  **has to be summed**

to obtain the cross section with sufficient accuracy.

The exact cross section for **one pair production**  $\sigma_1$  can be written in the form

$$\sigma_1 = \sigma_{\text{Born}} + \sigma_{\text{Coul}} + \sigma_{\text{unit}},$$

where **two different types of SF-corrections** have been distinguished.

The **Coulomb** corrections  $\sigma_{\text{Coul}}$  correspond to **multi-photon exchanges** of the produced  $e^\pm$  with the nuclei:

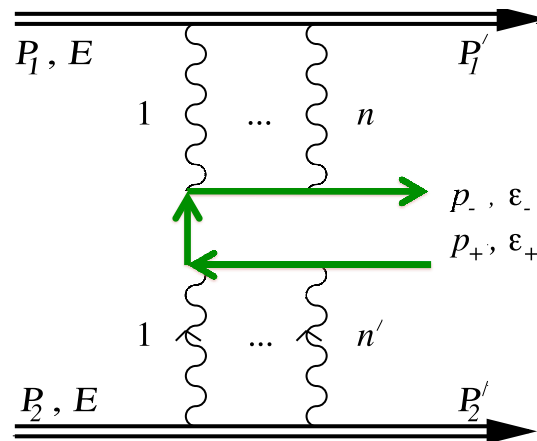


Fig. 2

They were calculated by

*D.Yu. Ivanov, A. Schiller, V.G. Serbo. Phys. Lett. B 454 (1999) 155*

*R.N. Lee, A.I. Milstein. ЖЭТФ 136 (2009) 1121.*



The **unitarity** corrections  $\sigma_{\text{unit}}$  correspond to the exchange of the virtual light-by-light blocks between the nuclei (Fig. 3)

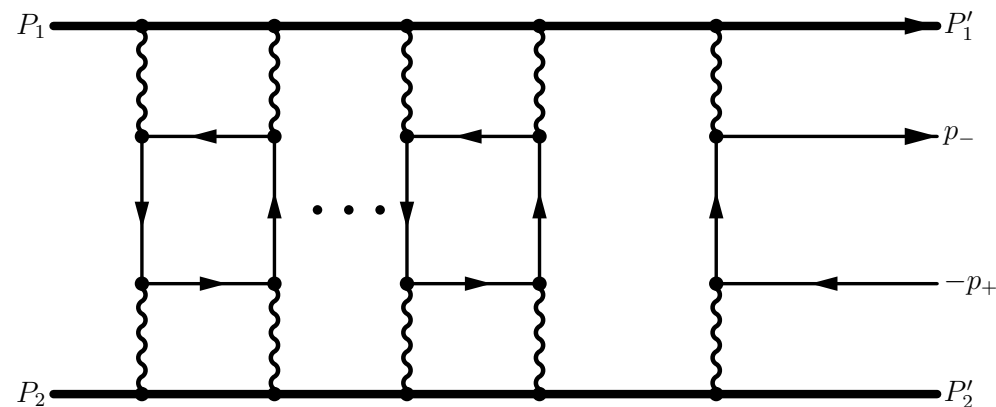


Fig. 3

They were calculated by

*R.N. Lee, A.I. Milstein, V.G. Serbo. Phys. Rev. A 65 (2002) 022102*

and updated by

*U.D. Jentschura, K. Hencken, V.G. Serbo. EPJ C58 (2008) 281.*

The corresponding corrections for

**muon pair production** were calculated by

*Hencken, Kuraev, Serbo. Phys. Rev. C 75 (2007) 034903;*

*Jetschura, Hencken, Serbo. EPJ C58 (2008) 281;*

*Jentschura, Serbo. Eur. Phys. J. C 64, 309 (2009).*

### 3. Большой вклад виртуального дельбрюковского рассеяния в тормозном излучении ядер

Тормозное излучение ядер в области небольших энергий обычно описывается диаграммами Фейнмана **третьего порядка** с подпроцессом виртуального **КОМПТОНОВСКОГО РАССЕЯНИЯ**

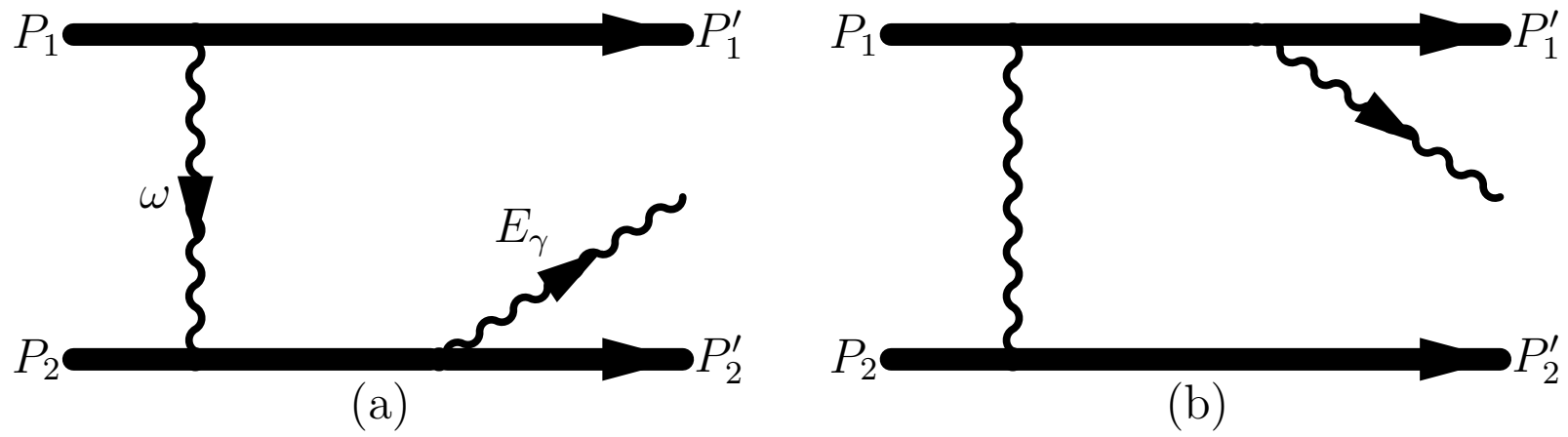


Fig. 4

Рассмотрим другую возможность — процесс **седьмого порядка** с подпроцессом виртуального **дельбрюксовского рассеяния**

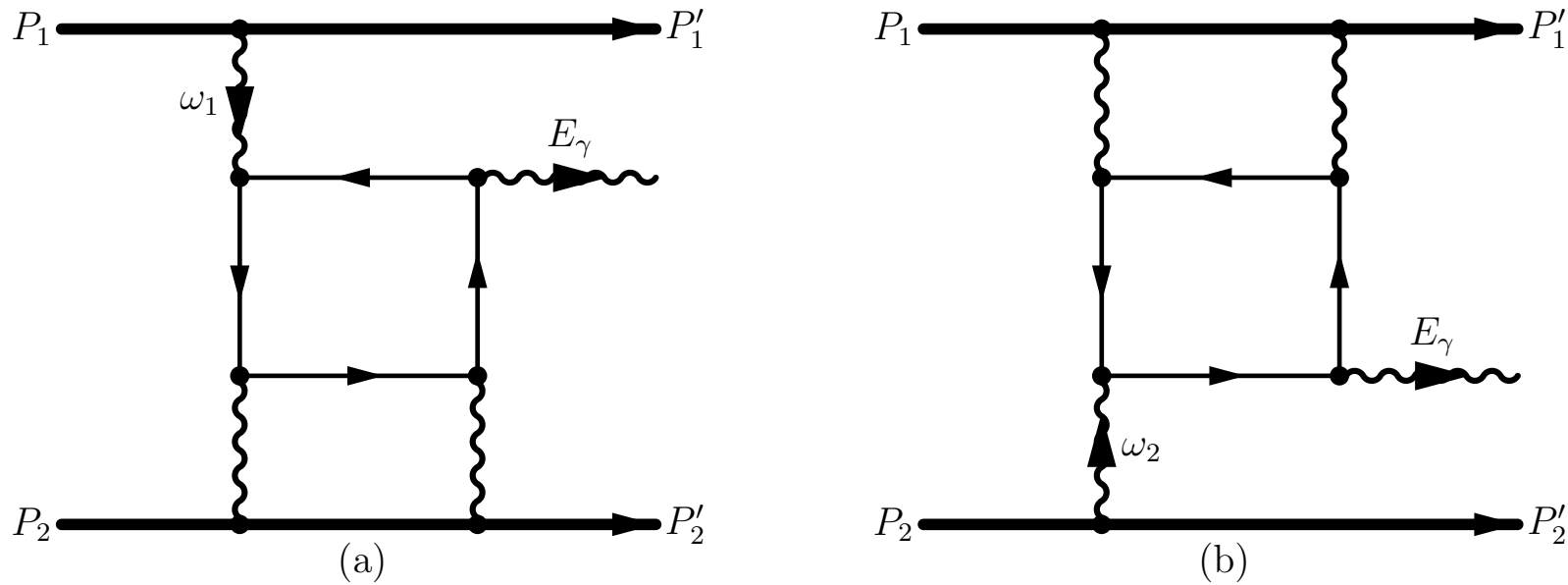


Fig. 5

**At first sight**, this is a process of **a very small cross section** since

$$\sigma_7 \propto Z^6 \alpha^7,$$

While the ordinary nuclear bremsstrahlung cross section is

$$\sigma_3 \propto Z^6 \alpha^3.$$

**But at second sight**, we should take into account that the cross sections **scales** are

$$\sigma_3 \propto 1/m_A^2, \quad \sigma_7 \propto 1/m_e^2.$$

**Besides**, we found that  $\sigma_7$  has **an additional logarithmic enhancement** of the order of

$$L^2 \gtrsim 100, \quad L = \ln(\gamma^2).$$

**Thus, our analytical result is**

Ginzburg, Jentschura, Serbo, *Phys. Lett. B* **658**, 125 (2008);

Ginzburg, Jentschura, Serbo, *Eur. Phys. J. C* **54**, 267 (2008)

$$\sigma_\gamma = C \frac{(Z\alpha)^6 \alpha}{m_e^2} L^2, \quad C \approx 0.4.$$

This cross sections is **considerably larger** than that for ordinary nuclear bremsstrahlung in the photon energy range:

$$m_e \ll E_\gamma \ll m_e \gamma.$$

The discussed cross section for Au-Au collisions at the RHIC collider is

$$\sigma_7 = 14 \text{ barn}$$

and for Pb-Pb collisions at the LHC collider is

$$\sigma_7 = 50 \text{ barn}.$$

**That is quite a serious number!**

Note for comparison, that the last cross section is **6 times larger than for the total hadronic/nuclear cross section in Pb–Pb collisions**, which is roughly **8 barn**.



## 4. Образование свободно-связанных $e^+e^-$ пар на LHC

Доклад основан на работе:

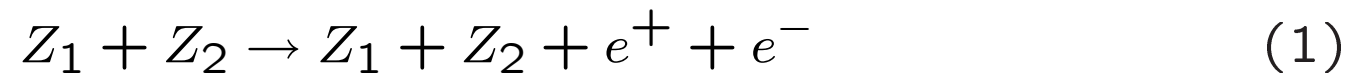
**A. N. Artemyev, U. D. Jentschura, V. G. Serbo, A. Surzhykov**

**“Bound-free pair production in ultra-relativistic ion collisions at the LHC collider: analytic approach to the total and differential cross sections”**

**European Physical Journal C 72 (2012) 1935 .**

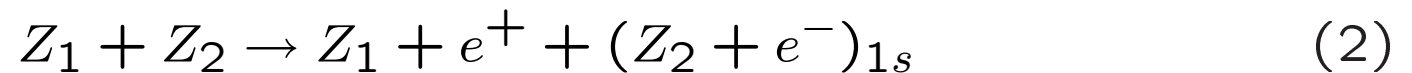
Лето 2011 — Physikalisches Institut der Universität Heidelberg;  
группа **Андрея Суржикова**,  
группа ALICE, — **Reiner Schicker**

Процесс Ландау-Лифшица



имеет громадное сечение  $\sim 100$  **килобарн** для Au-Au и Pb-Pb соударений на RHIC и LHC, но труден для наблюдения.

Процесс с **захватом электрона** (на  $K$ -оболочку для определённости)



имеет заметно меньшее сечение  $\sim 100$  barn, но весьма важен и интересен — см. обзоры и обсуждения:

G. Baur et al., Phys. Rep. 364, 359 (2002);

J. M. Jowett, R. Bruce, S. Gilardoni, Proc. of the Particle Accelerator Conf. 2005, Knoxville p. 1306 (2005);

R. Bruce, D. Bocian, S. Gilardoni, J. M. Jowett, Phys. Rev. ST Accel. Beams 12, 071002 (2009).

## ПОЧЕМУ?

1. Образовавшийся водородо-подобный ион  $\text{Pb}^{81+}$  выбывает из пучка —>

**ограничение светимости**  $L_{\text{Pb-Pb}} \sim L_{\text{pp}}/10^7$ .

2. Образовавшийся пучок моноэнергетических ионов бьёт по трубе и может вызвать **нарушение сверхпроводимости** —>

поэтому сейчас обсуждается идея распушителя ионов при планируемом увеличении светимости.

**SPS эксперименты** ( $\gamma_L = 168$ ) на твёрдотельной или газовой мишени для анализа полного сечения (есть качественное согласие с теорией):

H. F. Krause et al., Phys. Rev. Lett. 80, 1190 (1998);

H. F. Krause et al., Phys. Rev. A 63, 032711 (2001).

Недавно — **первое наблюдение** потерь пучка на RHIC с ядрами  $\text{Cu}^{29+}$  имеющими 100 ГэВ/нуклон:

R. Bruce, et al. Phys. Rev. Lett. 99 (2007) 144801.

Всё это относится к **полному сечению, т.е. области**  $p_{+\perp} \lesssim m_e$ .

Для экспериментов на **ALICE** обсуждается возможность регистрировать **позитрон в центральном детекторе** с  $p_{+\perp} \gg m_e$  **на совпадение с регистрацией отклонённого иона**  $\text{Pb}^{81+}$  в так называемом very forward детектор.

**Нужны новые расчёты** ибо до сих пор в теоретических работах  
R. H. Pratt, Phys. Rev. 117 (1960) 1017;  
A. I. Milstein and V. M. Strakhovenko, Zh. Eksp. Teor. Fiz. 103 (1993) 1584;  
C.K. Agger, A.H. Sørensen. Phys. Rev. A 55 (1997) 402;  
H. Meier, Z. Halabuka, K. Hencken, D. Trautmann, G. Baur, Eur. Phys. Jour. C 5  
(1998) 287; Phys. Rev. A 63 (2001) 032713;  
A. Aste. EPL 81 (2007) 61001;  
G. Baur et al. Phys. Rep. 364 (2002) 359,  
изучалось в основном полное сечение, т.е. область  $p_{+\perp} \lesssim m_e$ .

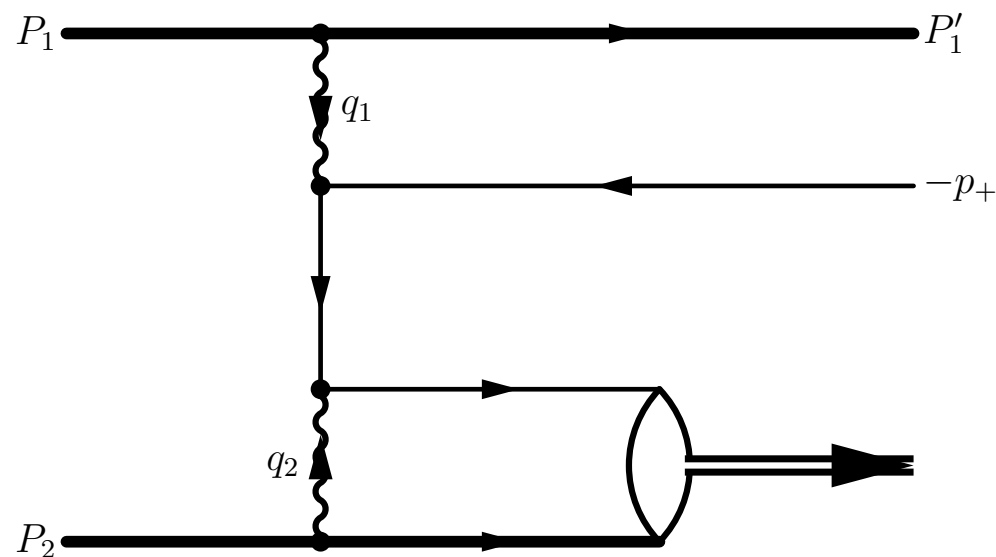
**Для ALICE необходимо знать вклад другой области**

$$p_{+\perp} \gg m_e.$$

Точные расчёты здесь очень трудны, пример: в МННТВ учитывался **вклад 200 слагаемых** при энергии позитрона  $\varepsilon_+ = 250$  МэВ.

Мы представляем **приближенный расчёт для группы ALICE.**

Заодно — даём приближенные простые аналитические формулы **и для полного сечения.**



Позитроны регистрируются **центральным детектором** с ограничениями по **поперечному импульсу и быстроте** ( $m \equiv m_e$ ):

$$p_{+\perp} \geq p_{\min} \gg m \quad (3)$$

$$y_+ = \frac{1}{2} \ln \frac{\varepsilon_+ + p_{+z}}{\varepsilon_+ - p_{+z}} \approx -\ln \left[ \tan \left( \frac{1}{2} \theta_+ \right) \right], \quad -y_{\min} \leq y_+ \leq y_{\min} \quad (4)$$



### Первый сценарий:

$$p_{\min} = 1 \text{ GeV}, \quad y_{\min} = 1 \quad (5)$$

при этом

$$\theta_{\min} = 40^\circ, \quad W \geq 0.75 \text{ GeV}, \quad (6)$$

### Второй сценарий:

$$p_{\min} = 0.05 \text{ GeV}, \quad y_{\min} = 1.5, \quad (7)$$

при этом

$$\theta_{\min} = 25^\circ, \quad W \geq 0.13 \text{ GeV}. \quad (8)$$

Искомое сечение можно представить в виде

$$d\sigma_{ZZ} = dn_T(\omega_L) d\sigma_{\gamma Z}(\omega_L, p_{+\perp}), \quad (9)$$

где число эквивалентных фотонов [Jentschura, Serbo. *Eur. Phys. J. C* **64**, 309 (2009)]

$$dn_T(\omega_L) = \frac{Z_1^2 \alpha}{\pi} \frac{d\omega_L}{\omega_L} g(\omega_L R/\gamma_L), \quad (10)$$

$$g(x) = \int_{x^2}^{\infty} \frac{dy}{y} \left(1 - \frac{x^2}{y}\right) F^2(y/R^2) \approx \ln \frac{1}{x^2} - 0.163, \quad (11)$$

а  $\sigma_{\gamma Z}(\omega_L)$  — сечение фотопроцесса:  $\gamma + Z_2 \rightarrow e^+ + (Z_2 + e^-)_{1s}$ , зависящее от энергии виртуального фотона (в системе покоя ядра)

$$\omega_L = \frac{q_1 P_2}{M} \approx 2\gamma\omega_1. \quad (12)$$

## Фоторождение свободно-связанной $e^+e^-$ пары в приближении Заутера

Процесс

$$\gamma + Z \rightarrow e^+ + (Z + e^-)_{1s}. \quad (13)$$

рассматривался в ряде работ

Meier, Halabuka, Hencken, Trautmann, Baur, Eur. Phys. J. C 5, 287 (1998)

Agger, Sörensen, Phys. Rev. A 55, 402 (1997)

в области небольших поперечных импульсов позитрона. Трудности...

**Наш подход.** Начинаем с приближения Заутера (Sauter).

В области высокой энергии и больших поперечных импульсов  $\gamma_L m \gg p_{+\perp} = m\gamma_L v_{+\perp} \gg m$  получаем

$$d\sigma_{\gamma Z}^{\text{SA}}(\omega_L, p_{+\perp}) = 16\pi \frac{Z^5 \alpha^6}{m^2} \frac{m}{\omega_L} \frac{m^2 dp_{+\perp}}{p_{+\perp}^3}, \quad \sigma_{\gamma Z}^{\text{SA}} = 4\pi \frac{Z^5 \alpha^6}{m^2 \gamma_L}. \quad (14)$$

Учёт поправок  $Z\alpha$  весьма существенен. Для полного сечения

$$\sigma_{\gamma Z}^{\text{exact}} = f(Z) \sigma_{\gamma Z}^{\text{SA}}, \quad \omega_L \rightarrow \infty, \quad (15)$$

где  $f(Z) = 0.222$  и  $0.216$  для  $Z = 79$  и  $82$

Pratt, Phys. Rev. 117, 1017 (1960);

Milstein, Strakhovenko, Zh. Eksp. Teor. Fiz. 103, 1584 (1993);

Aste, Hencken, Trautmann, G. Baur, Phys. Rev. A 50, 3980 (1994),

Agger, Sörensen, Phys. Rev. A 55, 402 (1997)

## РЕЗУЛЬТАТЫ

### Полное сечение

**Предполагая**, что ответ (15) справедлив и при конечных энергиях получаем аналитический ответ

$$\begin{aligned}\sigma_{ZZ} &= f(Z) \int_{2m}^{\infty} dn_T(\omega_L) \sigma_{\gamma Z}^{\text{SA}}(\omega_L) \\ &= 4 f(Z) \frac{(Z\alpha)^7}{m^2} \left\{ a \left[ \ln(4\gamma_L^2) - 1 \right] - b \right\},\end{aligned}\quad (16)$$

где

$$a = \frac{137}{630} = 0.2175, \quad b = \frac{57\,707 - 19\,180 \ln 2}{88\,200} = 0.5035. \quad (17)$$

Сравнение с имеющимися численными результатами показывает, что точность этого ответа для ядер золота и ядер свинца по широкому интервалу  $100 \leq \gamma \leq 3000$  **лучше 1.5 %**.

## ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ СЕЧЕНИЕ

В тех же предположениях находим дифференциальное сечение

$$d\sigma_{ZZ} = 16f(Z) \frac{(Z\alpha)^7}{m^2} \frac{m}{\omega_L} g\left(\frac{\omega_L R}{\gamma_L}\right) \frac{d\omega_L}{\omega_L} \frac{m^2 dp_{+\perp}}{(p_{+\perp})^3} \quad (18)$$

где функция  $g(x) \approx \ln(1/x^2) - 0.163$  уже была определена раньше.

Для оценки сечения в условиях эксперимента ALICE нужно провести интегрирование с учетом экспериментальных ограничений,

что даёт

$$\Delta\sigma_{ZZ} \approx \frac{16}{3} f(Z) \frac{(Z\alpha)^7}{m^2} \frac{e^{y_{\min}}}{\gamma} \left(\frac{m}{p_{\min}}\right)^3 L, \quad (19)$$

где

$$L = \left[ 2 \ln \left( \frac{\gamma}{R p_{\min}} \right) + 2 y_{\min} - 1.44 \right] (1 - e^{-2y_{\min}}) + 4 y_{\min} e^{-2y_{\min}}. \quad (20)$$

Эту формулу можно использовать для оценки числа возможных событий, считая светимость  $L = 10^{27} \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$ .

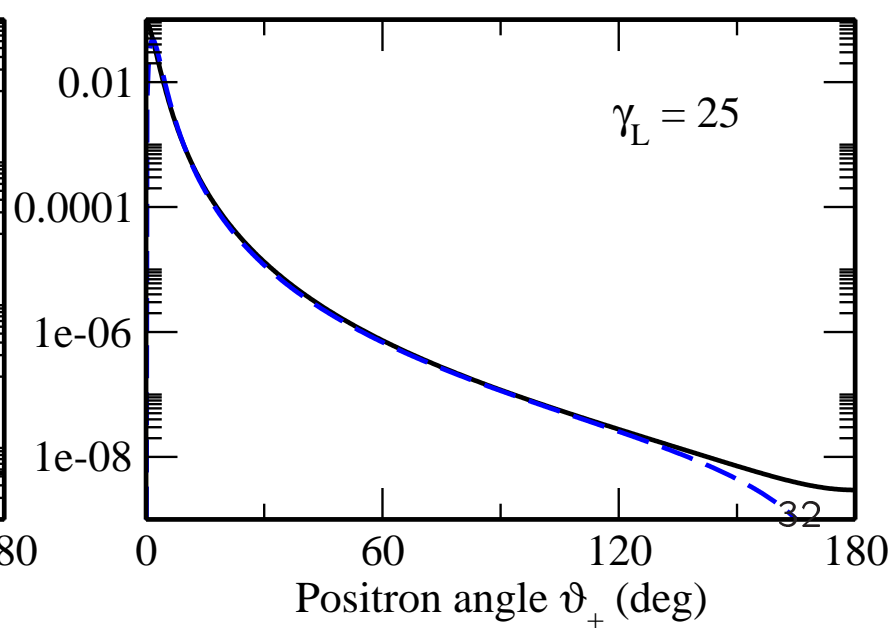
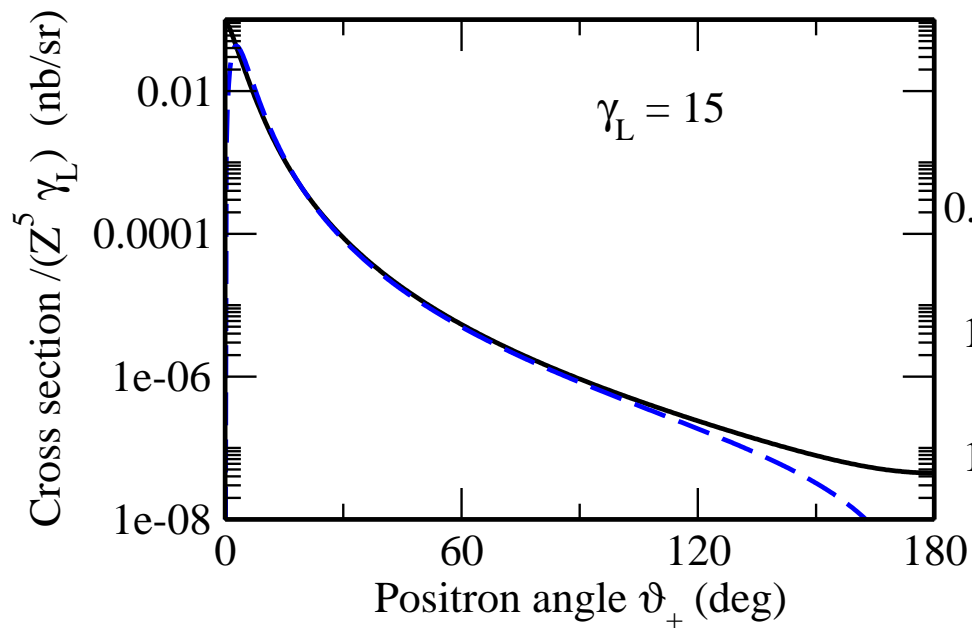
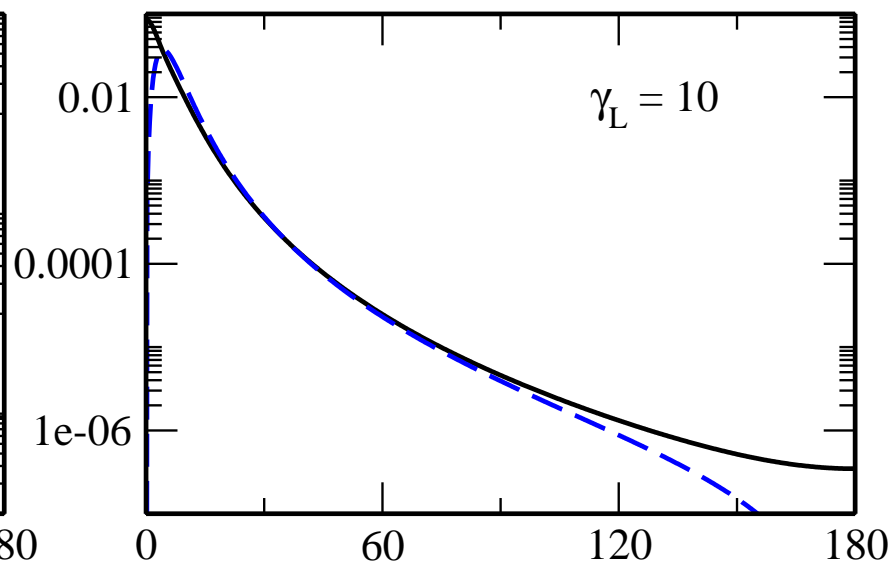
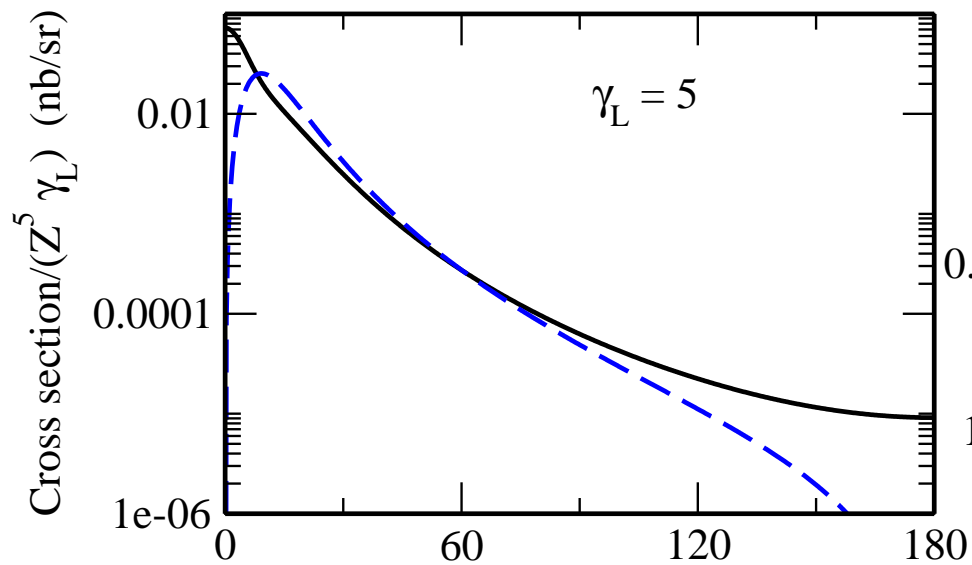
**Для первого сценария примерно одно событие за 67 дней**

**Для второго сценария примерно 16 событий в час**

## Проверка обоснованности основного предположения

Проведён численный расчёт дифференциального сечения — см. рис 2, где дан график  $(Z^5 \gamma_L)^{-1} d\sigma_{\gamma Z}/d\Omega_+$  (в нанобарнах/стерадиан) для образования  $e^+e^-$  пары в соударениях голых ядер свинца  $Pb^{82+}$  с захватом электрона в основное состояние водородоподобного иона. Результаты точного релятивистского расчёта (**сплошная линия**) сравниваются с результатами подправленного приближения Заутера (**пунктирная линия**) для энергии позитрона (в системе покоя ядра)  $m\gamma_L$  при  $\gamma_L = 5, 10, 15$  и  $25$ . Отчётливо видно, что с ростом энергии согласие улучшается. Так, если для  $\gamma_L = 5$  согласие **лучше 5%** имеет место лишь для интервала углов  $50^\circ < \vartheta_+ < 60^\circ$ , то для  $\gamma_L = 25$  этот интервал возрастает до области  $2^\circ < \vartheta_+ < 120^\circ$ .





Помимо прямого численного “доказательства”, мы сейчас имеем **дополнительное подтверждение**. Недавно получено асимптотическое поведение дифференциального сечения фотопроцесса в области  $m^2 \ll p_{+\perp}^2 \ll 2m\omega_L$  для произвольных значений  $Z\alpha$  [Di Piazza, Milstein, Phys. Rev. A85 (2012) 042107]:

$$d\sigma_{\gamma Z}^{\text{exact}}(\omega_L, p_{+\perp}) = f^{\text{asympt}}(Z) 16\pi \frac{Z^5 \alpha^6}{m^2} \frac{m}{\omega_L} \frac{m^2 dp_{+\perp}}{p_{+\perp}^3},$$

$$f^{\text{asympt}}(Z) = \frac{2(2\eta)^{2\tilde{\gamma}-2}}{\Gamma(2\tilde{\gamma}+1)} |\Gamma(\tilde{\gamma} - i\eta)|^3 e^{-2\eta \arccos \eta}, \quad (21)$$

где  $\eta = Z\alpha$  и  $\tilde{\gamma} = \sqrt{1 - \eta^2}$ .

Отсюда получим  $f^{\text{asympt}}(Z) = 0.297$  и  $0.287$  для  $Z = 79$  и  $82$ .

Т.о., наше предположение о том, что приближения Заутера должно быть подправлено с помощью множителя  $f(Z)$  даёт примерно на 25% меньше, чем множитель  $f^{\text{asympt}}(Z)$ .

## Заключение

В качестве дальнейшего экспериментаторы требуют оценки для:

1. Образование двух свободно-связанных  $e^+e^-$  пар;
2. Образование одной свободно-связанной  $e^+e^-$  пары и свободной  $\mu^+\mu^-$  пары.

Предварительная оценка для каждого процесса

**A. N. Artemyev, V. G. Serbo, A. Surzhykov, 2013**

1.  $\sim 40\,000$  событий в час
2.  $\sim 8\,000$  событий в час

**СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!**

