

# ОСЦИЛЛЯЦИИ И ВОЛНОВЫЕ СВОЙСТВА ЧАСТИЦ

О. С. Космачев

*Объединенный Институт Ядерных Исследований*

# ОСЦИЛЛЯЦИИ И ВОЛНОВЫЕ СВОЙСТВА ЧАСТИЦ

ВВЕДЕНИЕ

АЛГОРИТМ ДИРАКА

ЦЕЛОСТНОЕ ОПИСАНИЕ ЛЕПТОННОГО СЕКТОРА

СТРУКТУРА ЛЕПТОНОВ И ВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

**ИТАК, КОНЕЧНЫМ РЕЗУЛЬТАТОМ НА СЕГОДНЯ  
ПРЕДСТАВЛЯЕТСЯ ВЫВОД, ЧТО ПРЕДЛОЖЕННАЯ  
ДИРАКОМ ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОНА ИЗМЕНИЛА ВСЬ  
ОБЛИК АТОМНОЙ ФИЗИКИ**

**В.ГЕЙЗЕНБЕРГ**

## АЛГОРИТМ ДИРАКА

Его основы составляют

Корпускулярно-волновой дуализм — фундамент квантовой механики  
уравнение Шредингера  
соотношение неопределенности Гейзенберга  
уравнение Дирака

Релятивизм, который в общем случае не имеет альтернативы для описания микромира и лежит в основе уравнения.

Группы Ли как выражение симметрий дифференциальных уравнений.

### **Физическое содержание алгоритма**

Каждая микрочастица описывается релятивистским волновым уравнением линейным по пространственно-временным производным.

Каждое релятивистское волновое уравнение должно редуцироваться к уравнению типа Клейна-Фока-Гордона.

**Алгоритм как необходимые и достаточные условия формулировки уравнения**

## ЦЕЛОСТНОЕ ОПИСАНИЕ ЛЕПТОННОГО СЕКТОРА НЕОБХОДИМОСТЬ

Необходимость описания взаимодействий внутри ансамбля.

Необходимость внутренней самосогласованности в ансамбле.

При этом возникает требование к полноте ансамбля и полноте свойств частиц.

## УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ

Фиксация исходных предположений в количестве необходимом и избыточном.

Формулировка единого алгоритма. Он был извлечен из достаточно информативного уравнения Дирака и содержит два типа симметрий.

Использование унифицированного математического формализма. Тем самым создаются предпосылки — используя минимум исходных предположений стремиться к максимуму строгих выводов.

## РЕЗУЛЬТАТЫ И СЛЕДСТВИЯ

Получен полный и замкнутый набор различных лептонных уравнений **в рамках зафиксированных предположений**.

**ПОЛНОТА** означает, что дополнить набор уравнений нет возможности.

**ЗАМКНУТОСТЬ** в данном контексте означает, что наименьшими неделимыми составляющими каждого уравнения являются четыре компонента связности однородной группы Лоренца. Компоненты связности это алгебры Ли группы Лоренца.

**СТРУКТУРА** лептонных уравнений. Формулировка каждого уравнения происходит на основе собственной группы уравнения. Как следствие — наличие своей собственной структуры каждого лептонного уравнения. Скрытые и явные структуры и собственные квантовые числа.

**СТАБИЛЬНОСТЬ И НЕСТАБИЛЬНОСТЬ** лептонов. Появилась возможность на качественном уровне выявить и разграничить условия формулировки стабильных и нестабильных лептонов.

**КЛАССИФИКАЦИЯ** лептонных уравнений. Структурная индивидуальность уравнений совместно с общностью исходных предположений создали условия **первичной структурной классификации**. Структуро-образующим фактором является релятивизм. Совокупность явных и скрытых структур разделила лептоны на три категории: **дублеты**, **синглеты** и **квартеты**.

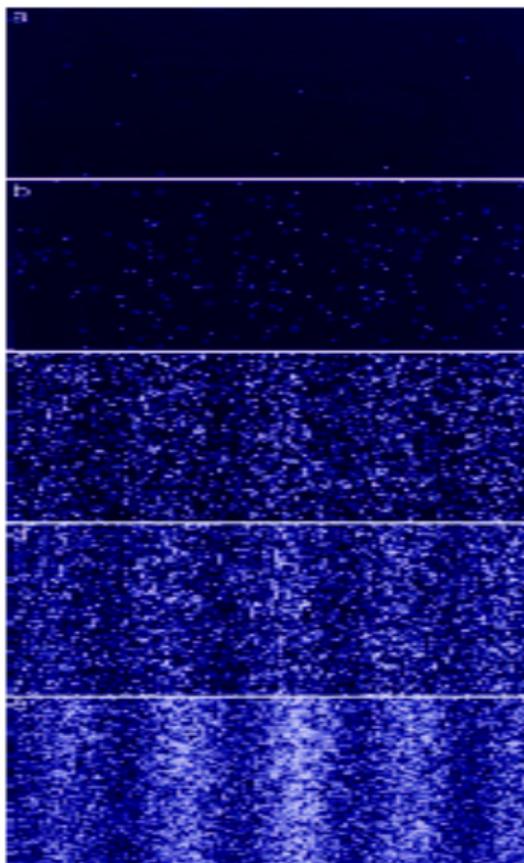
## СТРУКТУРА ЛЕПТОНОВ И ВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ

Схематическое отображение построения Дирака

$$(KFG) = (...d_{\gamma}...)(...d_{\gamma}...) \quad (1)$$

Алгоритм Дирака следует обратному порядку действий

$$(...d_{\gamma}...)(...d_{\gamma}...) = (KFG) \quad (2)$$



## СТРУКТУРА ЛЕПТОНОВ И ВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ

$\langle T \rangle$  -сопряженные состояния частиц и аннигиляция

$$(M_T)(\dots d_\gamma \dots)(\dots b_\gamma \dots) = (KFG) \quad (3)$$

$\langle P \rangle$  -сопряженные состояния частиц и осцилляции

$$(\dots d_\gamma \dots)(\dots d_\gamma \dots) = (KFG) \Rightarrow \partial^2 / \partial t^2 = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2 + \partial^2 / \partial z^2 \quad (4)$$

$$(\dots c_\gamma \dots)(\dots c_\gamma \dots) = (KFG) \Rightarrow \partial^2 / \partial t^2 = \partial^2 / \partial z^2 \quad (5)$$

Иное положение возникает для  $\langle P \rangle$ -сопряженных множителей  $(\dots d_\gamma \dots)(\dots f_\gamma \dots)$  и  $(\dots b_\gamma \dots)(\dots c_\gamma \dots)$ . Здесь редукция к уравнению (KFG) ведет к нестандартной форме:

$$(KFG) \Rightarrow \partial^2 / \partial t^2 = \partial^2 / \partial z^2 + 2\sigma_z \partial^2 / \partial z \partial t. \quad (6)$$

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

ВОЛНОВЫЕ ПРОЯВЛЕНИЯ ЛЕПТОНОВ ЗАВИСЯТ ОТ ИХ СТРУКТУРЫ,  
ВКЛЮЧАЯ СПИНОВЫЕ СВОЙСТВА ПОДСТРУКТУР

Тожественные частицы интерферируют

$\langle T \rangle$ -сопряженные частицы аннигилируют

$\langle P \rangle$ -сопряженные частицы осциллируют

Некоторые замечания об осцилляциях.

# ПРИЛОЖЕНИЯ

## ИСХОДНЫЕ ПРЕДПОЛОЖЕНИЯ

Инвариантность и ковариантность уравнений относительно однородной группы Лоренца с учетом четырех компонентов связности.

Формулировка уравнений на основе неприводимых представлений групп, определяющих каждое лептонное уравнение.

Сохранение 4-вектора тока вероятности и положительно определенный четвертый компонент тока.

Величина спина лептонов предполагается равной  $1/2$ .

Каждое линейное волновое уравнение должно редуцироваться к уравнению типа Клейна-Фока-Гордона.

# СТРУКТУРНЫЙ СОСТАВ ГРУПП ВОЛНОВЫХ УРАВНЕНИЙ

## Стабильные лептоны

**Уравнение Дирака;** группа —  $D_\gamma(II) = \boxed{\mathbf{d}_\gamma, \mathbf{b}_\gamma, \mathbf{f}_\gamma}$ ,

структурный инвариант  $In[D_\gamma(II)] = -1$ .

**Уравнение для дублета массивных нейтрино;**

группа —  $D_\gamma(I) = \boxed{\mathbf{d}_\gamma, \mathbf{c}_\gamma, \mathbf{f}_\gamma}$ ,

структурный инвариант  $In[D_\gamma(I)] = 1$ .

**Уравнение для квартета безмассовых нейтрино;**

группа —  $D_\gamma(III) = \boxed{\mathbf{d}_\gamma, \mathbf{b}_\gamma, \mathbf{c}_\gamma, \mathbf{f}_\gamma}$ ,

структурный инвариант  $In[D_\gamma(III)] = 0$ .

**Уравнение для безмассового (T)-синглета;**

группа —  $D_\gamma(IV) = \boxed{\mathbf{b}_\gamma}$ ,

структурный инвариант  $In[D_\gamma(IV)] = -1$ .

**Уравнение для безмассового (PT)-синглета;**

группа —  $D_\gamma(V) = \boxed{\mathbf{c}_\gamma}$ ,

структурный инвариант  $In[D_\gamma(V)] = 1$ .

Здесь  $\mathbf{d}_\gamma, \mathbf{f}_\gamma, \mathbf{b}_\gamma, \mathbf{c}_\gamma$  реализуют собственное, (P)-, (T)-, (PT)- сопряженные представления группы Лоренца в инфинитезимальной форме.

## СТРУКТУРНЫЙ СОСТАВ ГРУПП ВОЛНОВЫХ УРАВНЕНИЙ

Нестабильные лептоны

$$\Delta_1 = \left\{ \boxed{D_\gamma(II), D_\gamma(III), D_\gamma(IV)} \right\},$$

структурный инвариант  $In[\Delta_1] = -1$ .

$$\Delta_3 = \left\{ \boxed{D_\gamma(II), D_\gamma(I), D_\gamma(III)} \right\},$$

структурный инвариант  $In[\Delta_3] = 0$ .

$$\Delta_2 = \left\{ \boxed{D_\gamma(I), D_\gamma(III), D_\gamma(V)} \right\},$$

структурный инвариант  $In[\Delta_2] = 1$ .

**Все группы имеют собственный, не повторяющийся состав**

# СТРУКТУРНЫЕ ОБРАЗОВАНИЯ И ПЕРВИЧНАЯ КЛАССИФИКАЦИЯ ЛЕПТОНОВ

Концепция антиматерии

Необходимые и достаточны условия описания частиц античастиц.

ДУБЛЕТЫ

Наличие двух компонентов связности (Т)-сопряженных между собой.  $D_\gamma(II)$  и  $D_\gamma(I)$

СИНГЛЕТЫ

Отсутствие (Т)-сопряженных компонентов связности.  $D_\gamma(IV)$  и  $D_\gamma(V)$ .

КВАРТЕТЫ

Здесь имеется две пары (Т)-сопряженных частиц.  $D_\gamma(III)$  содержит все четыре компонента связности ( $\mathbf{d}_\gamma, \mathbf{b}_\gamma$ ) и ( $\mathbf{f}_\gamma, \mathbf{c}_\gamma$ ),

Нестабильные лептоны не формируют образований сверх названных.

$\Delta_1$  — нестабильные заряженные лептоны.

**Дублетное** состояние с отдельным описанием частицы и античастицы.

$\Delta_2$  — нестабильные массивные нейтрино.

**Дублетное** состояние с отдельным описанием частицы и античастицы.

$\Delta_3$  — нестабильные заряженные лептоны.

**Квартетное** состояние с отдельным описанием двух дублетов.

MAXIMAL SUBGROUPS FOR STABLE LEPTONS ARE FOUR CONNECTED COMPONENTS OF THE HOMOGENEOUS LORENTZ GROUP

**These groups are:**

**group  $d_\gamma \rightarrow$  proper orthochronous representation;**

**group  $f_\gamma \rightarrow$  improper orthochronous,  $\langle P \rangle$ - conjugate representation;**

**group  $b_\gamma \rightarrow$  proper antichronous,  $\langle T \rangle$ - conjugate representation;**

**group  $c_\gamma \rightarrow$  improper antichronous,  $\langle PT \rangle$ - conjugate representation.**

All they are connected among themselves by discrete transformations  $\langle T \rangle$ ,  $\langle P \rangle$ ,  $\langle PT \rangle$ .

Компоненты связности группы Лоренца образуют набор подгрупп, замкнутый относительно дискретных преобразований:

$$\begin{aligned}\langle T \rangle d_\gamma &= b_\gamma, & \langle P \rangle d_\gamma &= f_\gamma, & \langle PT \rangle d_\gamma &= c_\gamma, \\ \langle T^{-1} \rangle b_\gamma &= d_\gamma, & \langle P \rangle b_\gamma &= c_\gamma, & \langle T^{-1} P \rangle b_\gamma &= f_\gamma, \\ \langle T^{-1} \rangle c_\gamma &= f_\gamma, & \langle P^{-1} \rangle c_\gamma &= b_\gamma, & \langle T^{-1} P^{-1} \rangle c_\gamma &= d_\gamma, \\ \langle T \rangle f_\gamma &= c_\gamma, & \langle P^{-1} \rangle f_\gamma &= d_\gamma, & \langle P^{-1} T \rangle f_\gamma &= b_\gamma.\end{aligned}$$

Здесь:

$$\begin{aligned}\langle T \rangle \text{ означает переход } b_k &\rightarrow b'_k = ib_k \quad (k = 1, 2, 3), \\ \langle P \rangle \text{ означает переход } a_2 &\rightarrow a'_2 = ia_2.\end{aligned}$$

Это так называемые аналитические продолжения по параметрам группы.

В случае подгруппы  $d_\gamma$  любая из трех пространственных осей может быть выбрана как ось квантования. Это есть следствие хорошо известных соотношений для операторов подгруппы 3-вращений.

$$\begin{aligned}H_+ &= ia_1 - a_2, \\H_- &= ia_1 + a_2, \\H_3 &= ia_3.\end{aligned}$$

В случае подгруппы  $f_\gamma$  спин нейтрино может быть направлен либо вдоль, либо против импулься.

**УРАВНЕНИЕ ПАУЛИ ОПИСЫВАЕТ ДВА ТИПА ЧАСТИЦ С РАЗЛИЧНЫМИ СПИНОВЫМИ СВОЙСТВАМИ**

Исчерпывающий анализ уравнения Дирака позволил сформулировать **алгоритмы** построения стабильных и нестабильных лептонов.

Методами теории групп решен вопрос о **полноте** набора стабильных и нестабильных лептонов в рамках названных предположений.

Теорема утверждает: если  $D_\gamma = \{\gamma_1, \dots, \gamma_n\}$  является неприводимой матричной группой, то

$$\mathbf{In}[D_\gamma] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Sp(\gamma_i^2) = \begin{cases} 1, \\ -1, \\ 0. \end{cases} \quad (7)$$

Здесь  $n$  — порядок группы,  $Sp(\gamma_i^2)$  — след квадрата  $i$ -ой матрицы из данной матричной группы.

Далее  $\mathbf{In}[D_\gamma]$  — **структурный инвариант группы  $D_\gamma$** .

## The unified form of four connected components

We will use contracted form for notation of connected components. It looks for  $d_\gamma$ -group as:

$$\{b_i, b_k\} = 2\delta_{ik}, \quad (i, k = 1, 2, 3). \quad (8)$$

Lie algebra of  $d_\gamma$ -group is:

$$\begin{aligned} [a_1, a_2] &= 2a_3, & [a_2, a_3] &= 2a_1, & [a_3, a_1] &= 2a_2, \\ [b_1, b_2] &= -2a_3, & [b_2, b_3] &= -2a_1, & [b_3, b_1] &= -2a_2, \\ [a_1, b_1] &= 0, & [a_2, b_2] &= 0, & [a_3, b_3] &= 0, \\ [a_1, b_2] &= 2b_3, & [a_1, b_3] &= -2b_2, \\ [a_2, b_3] &= 2b_1, & [a_2, b_1] &= -2b_3, \\ [a_3, b_1] &= 2b_2, & [a_3, b_2] &= -2b_1. \end{aligned}$$

The obtained commutation relations coincide with commutation relations of the infinitesimal matrices of the proper homogeneous Lorentz group. Due to construction of commutation relation, all six operators  $a_1, a_2, a_3$  and  $b_1, b_2, b_3$  have a definite physical meaning.

## P-conjugate representation and duality of $d_\gamma$ -group

The duality means, that  $d_\gamma$  contains apart from  $Q_2[a_1, a_2]$  one more group of the eighth order  $q_2[a_1, a'_2]$ . Here  $a'_2 = a_2 \cdot c$ ,  $c = \sigma_x \sigma_y \sigma_z$ .  
Lie algebra is:

$$[a_1, a'_2] = 2a'_3, \quad [a'_2, a'_3] = -2a_1, \quad [a'_3, a_1] = 2a'_2, \quad (9)$$

where  $a'_3 \equiv a_1 a'_2$ . Let us coll this group quaternion group of the second kind  $q_2[a_1, a_2]$ . As corollary we have another Lie algebra. We will denote it as  $f_\gamma$

$$\begin{aligned} [a_1, a'_2] &= 2a'_3, & [a'_2, a'_3] &= -2a_1, & [a'_3, a_1] &= 2a'_2, \\ [b'_1, b'_2] &= -2a'_3, & [b'_2, b'_3] &= 2a_1, & [b'_3, b'_1] &= -2a'_2, \\ [a_1, b'_1] &= 0, & [a'_2, b'_2] &= 0, & [a'_3, b'_3] &= 0, \\ [a_1, b'_2] &= 2b'_3, & [a_1, b'_3] &= -2b'_2, \\ [a'_2, b'_3] &= -2b'_1, & [a'_2, b'_1] &= -2b'_3, \\ [a'_3, b'_1] &= 2b'_2, & [a'_3, b'_2] &= 2b'_1. \end{aligned}$$

The contracted defining relations for  $f_\gamma$ -group take the form

$$\begin{aligned} \{b_1, b_k\}_p &= 2\delta_{1k}, & (k = 1, 2, 3), \\ \{b_i, b_k\}_p &= -2\delta_{ik}, & (i, k = 2, 3). \end{aligned} \quad (10)$$

### T-conjugate representation

The contracted defining relations for  $b_\gamma$ -group take the form

$$\{b'_i, b'_k\} = -2\delta_{ik}, \quad (i, k = 1, 2, 3). \quad (11)$$

Lie algebra of  $b_\gamma$ -group is:

$$\begin{aligned} [a_1, a_2] &= 2a_3, & [a_2, a_3] &= 2a_1, & [a_3, a_1] &= 2a_2, \\ [b'_1, b'_2] &= 2a_3, & [b'_2, b'_3] &= 2a_1, & [b'_3, b'_1] &= 2a_2, \\ [a_1, b'_1] &= 0, & [a_2, b'_2] &= 0, & [a_3, b'_3] &= 0, \\ [a_1, b'_2] &= 2b'_3, & [a_1, b'_3] &= -2b'_2, \\ [a_2, b'_3] &= 2b'_1, & [a_2, b'_1] &= -2b'_3, \\ [a_3, b'_1] &= 2b'_2, & [a_3, b'_2] &= -2b'_1, \end{aligned}$$

### (PT)-conjugate representation

The contracted defining relations for  $c_\gamma$ -group take the form

$$\begin{aligned}\{b_1^*, b_k^*\}_{pt} &= -2\delta_{1k}, & (k = 1, 2, 3), \\ \{b_i^*, b_k^*\}_{pt} &= 2\delta_{ik}, & (i, k = 2, 3).\end{aligned}\tag{12}$$

$$\begin{aligned}[a_1, a'_2] &= 2a'_3, & [a'_2, a'_3] &= -2a_1, & [a'_3, a_1] &= 2a'_2, \\ [b_1^*, b_2^*] &= 2a'_3, & [b_2^*, b_3^*] &= -2a_1, & [b_3^*, b_1^*] &= 2a'_2, \\ [a_1, b_1^*] &= 0, & [a'_2, b_2^*] &= 0, & [a'_3, b_3^*] &= 0, \\ [a_1, b_2^*] &= 2b_3^*, & [a_1, b_3^*] &= -2b_2^*, \\ [a'_2, b_3^*] &= -2b_1^*, & [a'_2, b_1^*] &= -2b_3^*, \\ [a'_3, b_1^*] &= 2b_2^*, & [a'_3, b_2^*] &= 2b_1^*.\end{aligned}$$

Here (PT)=(P)(T)=(T)(P) means sequential action (P)- and (T)-conjugation.

**Now we have complete system of constituents  
for constructing of lepton wave equations.**

Определяющие соотношения для групп уравнений стабильных лептонов.

Группа  $D_\gamma(II)$   $D_\gamma(II) : d_\gamma, b_\gamma, f_\gamma.$   
 $\gamma_\mu \gamma_\nu + \gamma_\nu \gamma_\mu = 2\delta_{\mu\nu},$  (13)  
 $\mu, \nu = 1, 2, 3, 4.$

Группа  $D_\gamma(I)$ :  $D_\gamma(I) : d_\gamma, c_\gamma, f_\gamma.$   
 $\gamma_s \gamma_t + \gamma_t \gamma_s = 2\delta_{st},$  (14)  
 $\gamma_4 \gamma_s + \gamma_s \gamma_4 = 0$   
 $\gamma_4^2 = -1, s, t = 1, 2, 3$

Определяющие соотношения для групп уравнений стабильных лептонов.

Группа  $D_\gamma(III)$ :  $D_\gamma(III) : d_\gamma, b_\gamma, c_\gamma, f_\gamma.$

$$\begin{aligned} \gamma_s \gamma_t + \gamma_t \gamma_s &= 2\delta_{st}, \\ \gamma_4 \gamma_s - \gamma_s \gamma_4 &= 0 \\ \gamma_4^2 &= 1, s, t = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (15)$$

Группа  $D_\gamma(IV)$ :  $D_\gamma(IV) : b_\gamma.$

$$\begin{aligned} \gamma_s \gamma_t + \gamma_t \gamma_s &= -2\delta_{st}, \\ \gamma_4 \gamma_s - \gamma_s \gamma_4 &= 0 \\ \gamma_4^2 &= 1, s, t = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (16)$$

Группа  $D_\gamma(V)$ :  $D_\gamma(V) : c_\gamma.$

$$\begin{aligned} \gamma_s \gamma_t + \gamma_t \gamma_s &= 0, s \neq t, s, t = 1, 2, 3 \\ \gamma_4 \gamma_s - \gamma_s \gamma_4 &= 0 \\ \gamma_4^2 = 1, \gamma_1^2 = \gamma_2^2 = 1, \gamma_3^2 = -1 \end{aligned} \quad (17)$$

**Определяющие соотношения для групп уравнений нестабильных лептонов.**

**Группа  $\Delta_1$**  имеет следующие определяющие соотношения:

$$\Gamma_\mu \Gamma_\nu + \Gamma_\nu \Gamma_\mu = 2\delta_{\mu\nu}, \quad (\mu, \nu = 1, 2, 3, 4, 5) \quad (18)$$

**Группа  $\Delta_2$ :**

$$\begin{aligned} \Gamma_s \Gamma_t + \Gamma_t \Gamma_s &= 2\delta_{st}, & (s, t = 1, 2, 3), \\ \Gamma_s \Gamma_4 + \Gamma_4 \Gamma_s &= 0, & (s = 1, 2, 3), \\ \Gamma_4^2 &= -I, \\ \Gamma_u \Gamma_5 + \Gamma_5 \Gamma_u &= 0, & (u = 1, 2, 3, 4), \\ \Gamma_5^2 &= -I. \end{aligned}$$

**Группа  $\Delta_3$ :**

$$\begin{aligned} \Gamma_s \Gamma_t + \Gamma_t \Gamma_s &= 2\delta_{st}, & (s, t = 1, 2, 3, 4), \\ \Gamma_s \Gamma_5 + \Gamma_5 \Gamma_s &= 0, & (s = 1, 2, 3, 4), \\ \Gamma_5^2 &= -I. \end{aligned}$$

$D_\gamma(III) : d_\gamma, b_\gamma, c_\gamma, f_\gamma.$

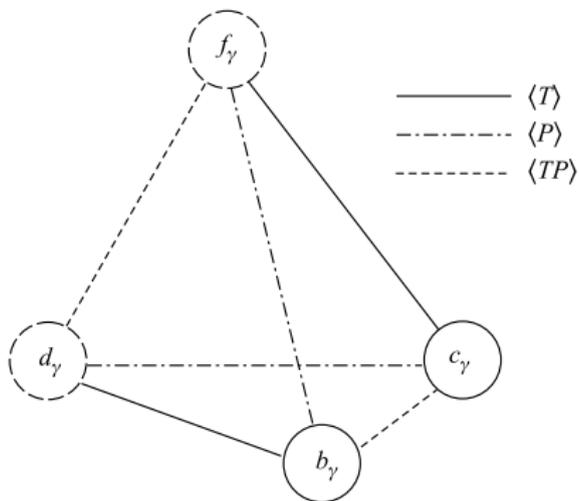
$$\gamma_s \gamma_t + \gamma_t \gamma_s = 2\delta_{st},$$

$$\gamma_4 \gamma_s - \gamma_s \gamma_4 = 0$$

$$\gamma_4^2 = 1, s, t = 1, 2, 3$$

$$(\gamma_s p_s) \Psi(x, t) - \gamma_4 \partial \Psi(x, t) / \partial t = 0,$$

$$\text{In}[D_\gamma(III)] = 1$$



1. Э.МАЙОРANA, (1937 год, "Симметричная теория электрона и позитрона") перевод с итальянского, Физика ЭЧАЯ (2003), Т.34, вып.1, стр.242-256, В частности, стр.246, 12 строка снизу:

"Положим  $\Psi = U + iV$  и рассмотрим действительные уравнения (8'), действующие на  $U, \dots$ "

Далее следует вывод, стр.247, 15 строка снизу:

"Преимуществом такого описания по сравнению с элементарной интерпретацией уравнений Дирака является, как мы увидим вскоре, то, что в нем нет никаких оснований предполагать существование антинейтронов или антинейтрино....."

2. Е.КОНДОН, Г.ШОРТЛИ, "Теория атомных спектров"М. 1949, ИЛ стр.20, 3 строка снизу:

"Различие между  $\Psi$  и  $\bar{\Psi}$  более фундаментально, чем между обычными комплексно-сопряженными величинами; операция разбиения  $\Psi$  на вещественную и мнимую части не имеет никакого смысла."

3. П.ДИРАК, "Принципы квантовой механики"ГИ ф.-м. М.: (1960), стр.39, третья строка сверху: "Наши векторы и со-векторы являются комплексными числами, так как их можно умножать на комплексные числа, после чего их природа не меняется, однако. они являются комплексными величинами особого рода, которые не могут быть разбиты на чисто-вещественную и чисто-мнимую части."