

Парциально-волновой анализ системы $\eta\pi^-\pi^0$ в реакции $\pi^-Be \rightarrow \eta\pi^-\pi^0A$ в эксперименте BES

Власенко А.П., Готман В.Г., Дорофеев В.А., Зайцев А.М., Ивашин А.В., Карюхин А.Н., Качаев И.А.,
Лисин В.И., Матвеев В.Д., Плеханов А.Н., Солодков А.А., Старченко Е.А., Сугоняев В.П.,
Хохлов Ю.А., **Шумаков А.А.**

НИЦ "Курчатовский институт" - Институт физики высоких энергий
Лаборатория адронной спектроскопии

03.06.2026

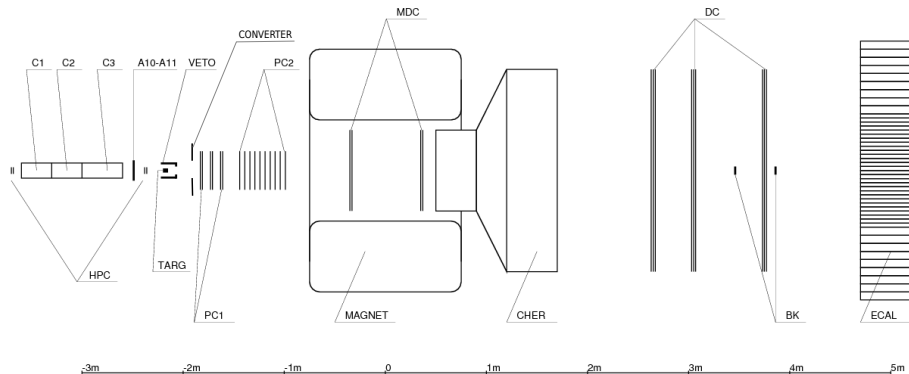
Система $\eta\pi^-\pi^0$

Рассматривается рождение системы $\eta\pi^-\pi^0$ в реакции $\pi^-Be \rightarrow \eta\pi^-\pi^0A$

Мотивация:

- Одновременное рождение в качестве промежуточных резонансов как $a_0^0(980)$, так и $a_0^-(980)$
В частности интересно изучить изотопическое расщепление масс
- Семейство b_1 – известен только $b_1(1235)$
- Семейства ρ и ρ_3

Установка ВЕС



- Трековая система – пропкамеры (HPC, PCRED, PC), дрейфовые трубки (MDC, DC)
- Элементы триггера – пучковые сцинтилляционные счётчики (S1, S2, S3), beamkiller'ы (BK), охранная система (VETO)
- Идентификация – пучковые пороговые черенковские счётчики (C1, C2, C3), черенковский счётчик (CHER)
- Электромагнитный калориметр (ECAL)

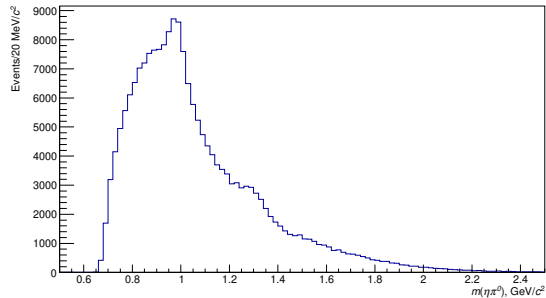
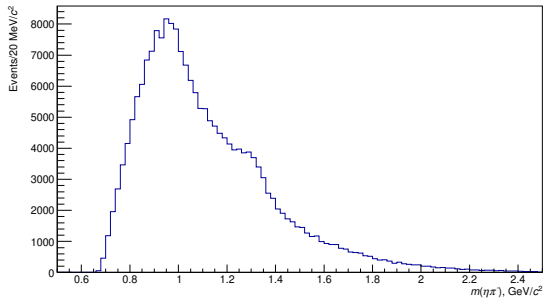
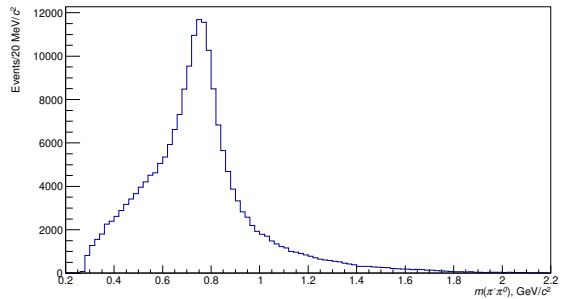
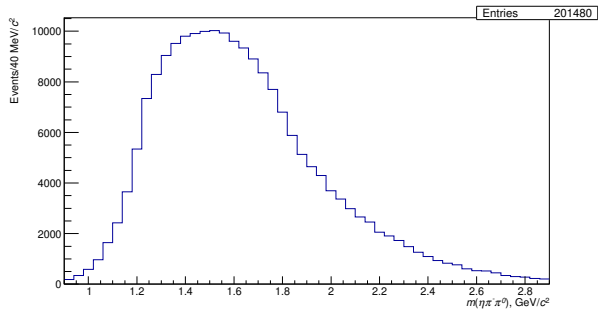
Установка ВЕС

- Пучок, направляемый в установку, состоит из π^- , K^- , \bar{p} , e^- .
- Импульс пучка 29 ГэВ/с, разброс $\sigma \approx 0.2$ ГэВ/с.
- Интенсивность пучка $\sim 1.5 \cdot 10^6$ частиц/с.
- Мишень представляет собой бериллиевый цилиндр толщиной 4 см (0.11 рад. длин) и диаметром 4.5 см.
- Триггер реализует несколько триггерных решений, в том числе:
 - ▶ MAIN: $S_1 \cdot S_2 \cdot S_3 \cdot \overline{A_{10}} \cdot \overline{A_{11}} \cdot \overline{K_1} \cdot \overline{K_2} \cdot \overline{\text{Veto}}$.
 - ▶ MWG: $S_1 \cdot S_2 \cdot S_3 \cdot \overline{A_{10}} \cdot \overline{A_{11}} \cdot \overline{K_1} \cdot \overline{K_2}$.
 - ▶ BEAM: $S_1 \cdot S_2 \cdot S_3 \cdot \overline{A_{10}} \cdot \overline{A_{11}}$.
- Обработываются данные, полученные в сеансах run44 (2012 г.), run45 (2013 г.), run47 (2015 г.), run48 (2015 г.), run59 (2022 г.), run60 (2023 г.), run62 (2024 г.)

- Система успешно реконструирована
- Один отрицательно заряженный трек, четыре фотона в калориметре
- Трек пучка пересекает передний по пучку торец мишени в точке, расположенной не ближе, чем 5 мм к краю мишени.
- z -координата вершины отстоит от торцов мишени не более чем на 4 см
- Отсутствие пересечения треков частиц с beam-killer'ами
- Суммарный импульс системы $24 \text{ ГэВ}/c < p_{tot} < 32 \text{ ГэВ}/c$
- идентификация пучковой частицы как π

Отбор событий

- Существует комбинация фотонов в две пары, такая что точка $(m_{\gamma\gamma}^{(1)}; m_{\gamma\gamma}^{(2)})$ лежит в эллипсе с центром $(m_{\eta}; m_{\pi_0})$ и полуосями 40 и 10 МэВ/ c^2 соответственно.
- Отбрасываются события, попадающие в другой комбинации фотонов в окружность с центром $(m_{\pi_0}; m_{\pi_0})$ и радиусом 40 МэВ/ c^2
- Отбрасываются события, попадающие в другой комбинации фотонов в окружность с центром $(m_{\eta}; m_{\eta})$ и радиусом 160 МэВ/ c^2
- π^0 и η подвергаются независимым 1С-фитам



Парциально-волновой анализ (ПВА)

Трёхчастичный ПВА предполагает разложение по волнам, задаваемых комбинацией квантовых чисел $J^{PC} M \eta I$ и промежуточным резонансом (изобарой). Оптимизации подвергается функция

$$\ln \mathcal{L}_{main} = \sum_k \ln \left| \sum_a T_a F_a(\tau_k) \right|^2 - N \sum_{ab} T_a T_b^* I_{ab}$$

Здесь T_a – параметры матрицы плотности ранга 1, I_{ab} – матрица интегралов акцептанса, $F_a(\tau_k)$ – функции амплитуд

$$F_a = \sqrt{\frac{2L+1}{4\pi}} \sqrt{\frac{2j+1}{4\pi}} \sum_{\lambda} \langle L0j\lambda | J\lambda \rangle c_M d_{\lambda 0}^j(\chi) \cdot BW^{jn}(m, m_n) \cdot \\ \cdot (D_{M\lambda}^{J*}(\Phi, \Theta, \psi) + \eta P(-1)^{J+1+M} D_{-M\lambda}^{J*}(\Phi, \Theta, \psi))$$

Волны ПВА

В анализе изначально будет использован полный набор волн, допустимых для квантовых чисел $J \leq 5$, $L \leq 5$, $M \leq 1$.

Введённые изобары :

Изобара	Масса, ГэВ	Ширина, ГэВ	Порог включения, ГэВ
$\rho(770)$	0.7685	0.1507	–
$\rho_3(1690)$	1.69	0.19	1.6
$a_0(980)$	1.001	Параметризуем по Флатте $g_{\eta\pi} = 0.243 \text{ ГэВ}^2$ $g_{K\bar{K}} = 0.22113 \text{ ГэВ}^2$	1.14
$a_2(1320)$	1.3183	0.107	–
$a_0(1450)$	1.439	0.258	1.3

В итоге получаем 206 волн (включая flat)

Штраф к правдоподобию

Введём дополнительный член¹ в оптимизируемую функцию

$$-\ln \mathcal{L}_{main} = -\sum_k \ln \left| \sum_a T_a F_a(\tau_k) \right|^2 + N \sum_{ab} T_a T_b^* I_{ab}$$

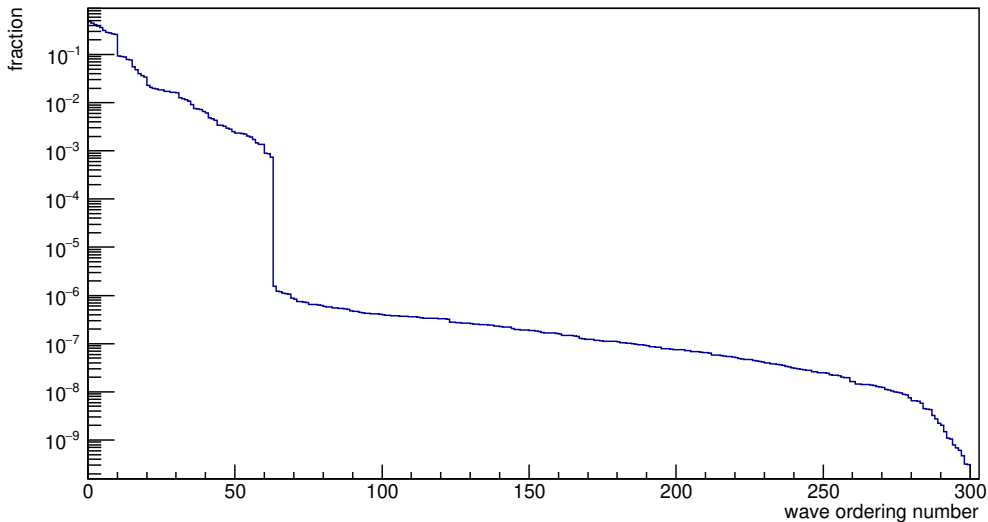
$$-\ln \mathcal{L}_{penalty} = \sum_a \ln \left(1 + \frac{N |T_a|^2 I_{aa}}{\Gamma^2} \right)$$

Здесь Γ – параметр, определяющий силу штрафа

¹Почему именно такой член, можно посмотреть тут

Построим доли волн в полном восстановленном числе событий (corrected events) и отсортируем по убыванию. Виден резкий порог, по которому мы будем считать, значима ли волна.

sorted fractions



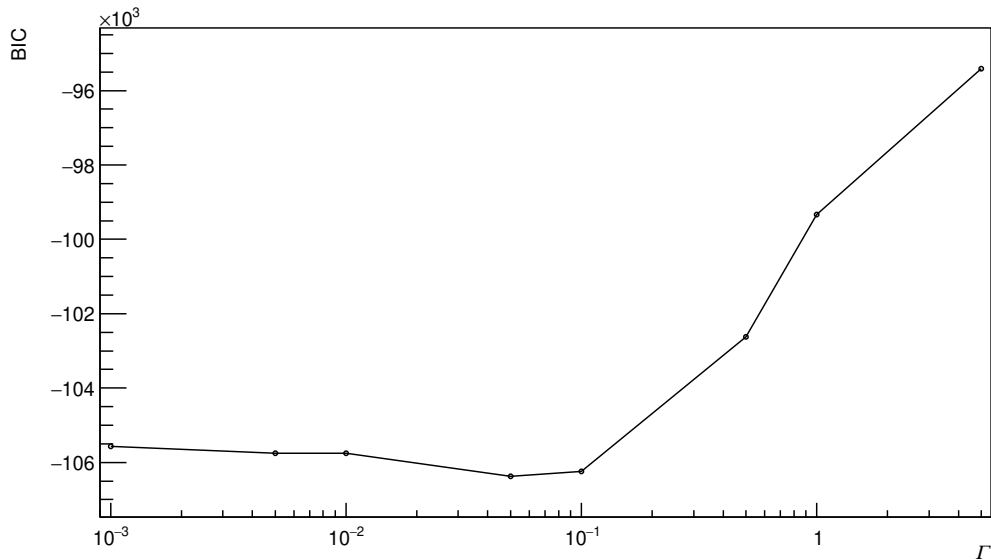
Необходимо настроить оптимальный параметр Γ при заданном пороге обрезания. Для этого воспользуемся байесовским информационным критерием²

$$BIC(\Gamma) = -2 \ln \mathcal{L}_{main} + r \ln N$$

Здесь \mathcal{L}_{main} – значение основной части правдоподобия (без штрафов) для найденных параметров, а r – число волн с долей в восстановленном числе событий выше порога (используется значение порога 10^{-4})

²Метод адаптирован из <https://arxiv.org/abs/1505.05133>

Осуществляется скан по параметру Γ и строится $BIC(\Gamma)$. Выбран $\Gamma = 5 \cdot 10^{-2}$



Непрерывность

Необходимо обеспечить согласованность выбранных волн в соседних бинах, для этого вводится дополнительный член³ в оптимизируемую функцию в оптимизируемую функцию. Фит теперь происходит не в одном бине, а в ± 2 бинах вокруг центрального.

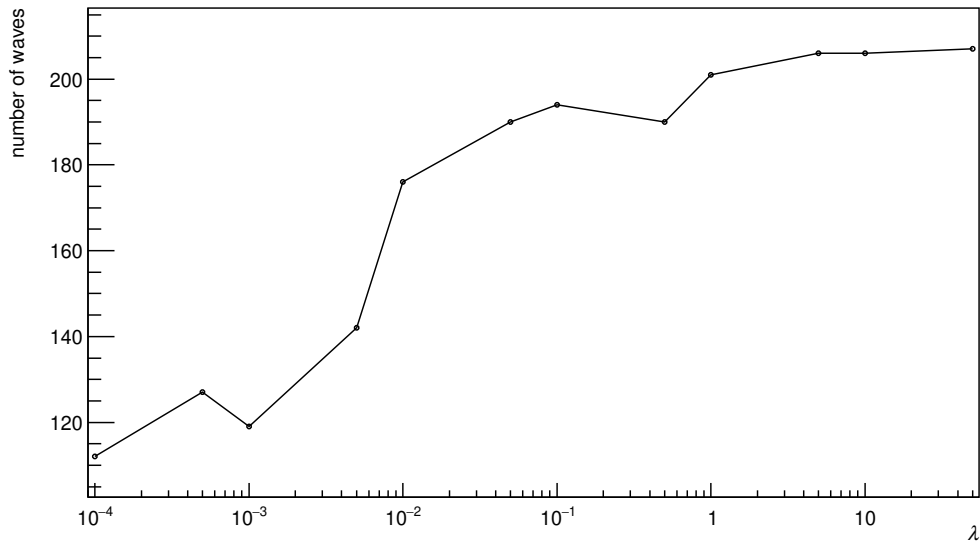
$$-\ln \mathcal{L}_{penalty} = \sum_{bins} \sum_a \lambda |\sqrt{N_{bin}} T_a(bin) - \sqrt{N_{bin+1}} T_a(bin + 1)|^2$$

Здесь λ – параметр, определяющий силу штрафа.

Для оценки эффекта параметра λ предложен следующий критерий. Для конкретного фита в группе бинов волна будет называться согласованной, если она значима во сразу во всех бинах группы, или не значима сразу во всех бинах группы. Число согласованных волн и будет критерием, помогающим настроить величину параметра λ

³Взято из <https://repository.cern/legacy/record/2802793>

Так выглядит согласованность в зависимости от λ . Выбран $\lambda = 10^{-2}$

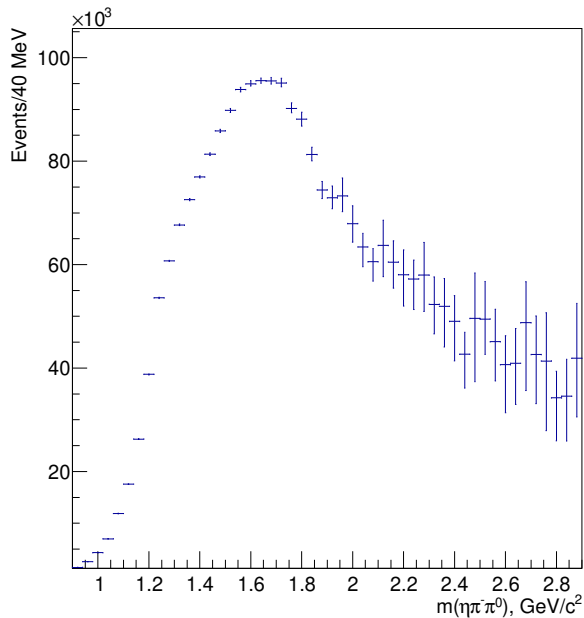


Значимые волны (57 штук) становятся выбранным набором волн, и далее с этим набором волн выполняется классический масс-независимый ПВА. Значения и ошибки наблюдаемых величин вычисляются с помощью бутстрэп-метода.

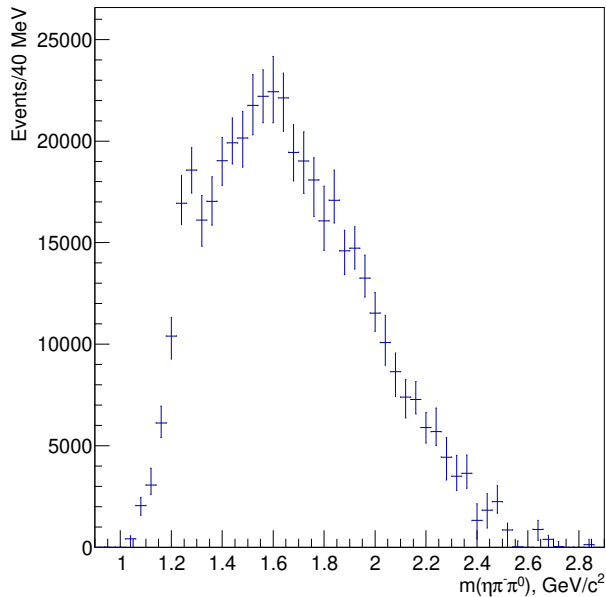
Нотация $J^P LM \eta I$

flat	1-P0-1 rho(770)	1+S0+1 rho(770)	1+P0+1 a0(980)
3-D0-1 a2(1320)	3-F0-1 rho(770)	1+P0+1 a0(1450)	3+D0+1 rho(770)
1+D0+1 rho(770)	2-P0+1 rho(770)	0-P0+1 rho(770)	1-P1+1 rho(770)
1+S1-1 rho(770)	2-P1+1 rho(770)	3-F1-1 rho(770)	4-F0+1 rho(770)
1+D1+1 rho(770)	1+P0+1 a2(1320)	2-P1-1 rho(770)	2-D0+1 a0(980)
1+S1+1 rho(770)	0-S0+1 a0(980)	1-D0-1 a2(1320)	1-P1-1 rho(770)
1+D1-1 rho(770)	1+P1-1 a0(980)	1+P1+1 a0(980)	3+G0+1 rho(770)
2+D0-1 rho(770)	0-S0+1 a0(1450)	4-F1-1 rho(770)	3+F1-1 a0(1450)
2-F0+1 rho(770)	2-D0+1 a0(1450)	1+P1+1 a0(1450)	2+D1+1 rho(770)
3+D1+1 rho(770)	2+D1-1 rho(770)	2-S0+1 a2(1320)	4-G0+1 a0(980)
5-H1-1 rho(770)	3-P0-1 rho3(1690)	3+F1+1 a0(980)	2-D1+1 a2(1320)
2+F1+1 a2(1320)	3+P0+1 a2(1320)	1-D1+1 a2(1320)	4-F1+1 rho(770)
4-H1+1 rho(770)	2-D1-1 a0(1450)	3-F0-1 rho3(1690)	5+G1+1 rho(770)
5-H1+1 rho(770)	2-F1+1 rho(770)	5-G0-1 a2(1320)	3-D1-1 a2(1320)
5+G0+1 rho(770)			

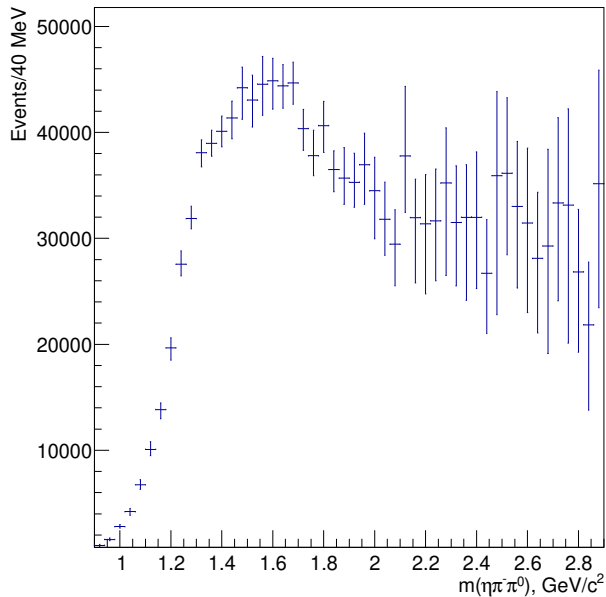
Corrected events



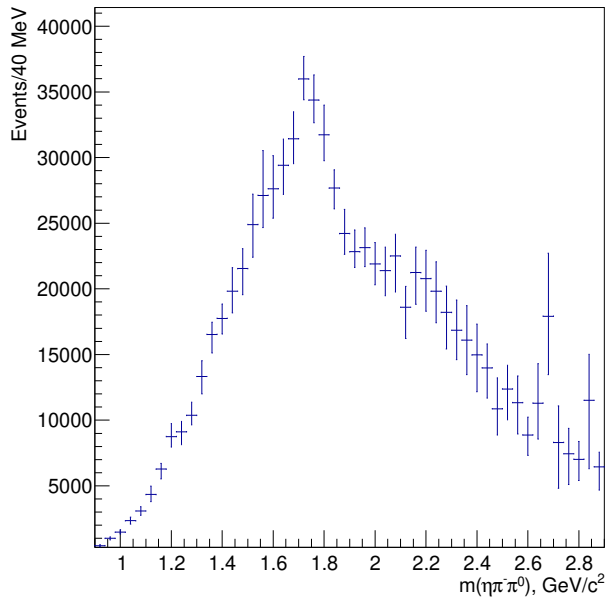
flat



Positive reflectivity

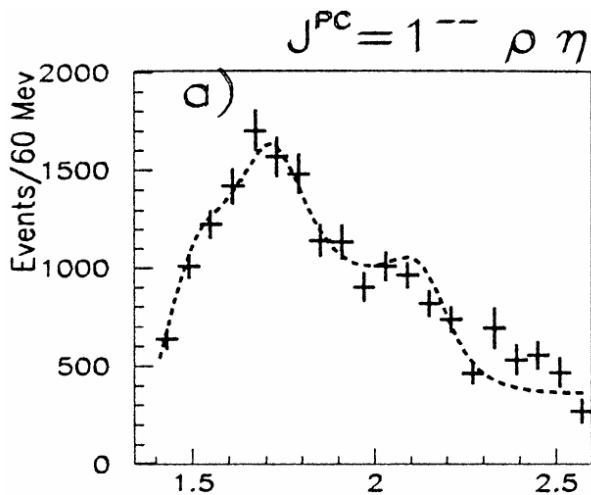
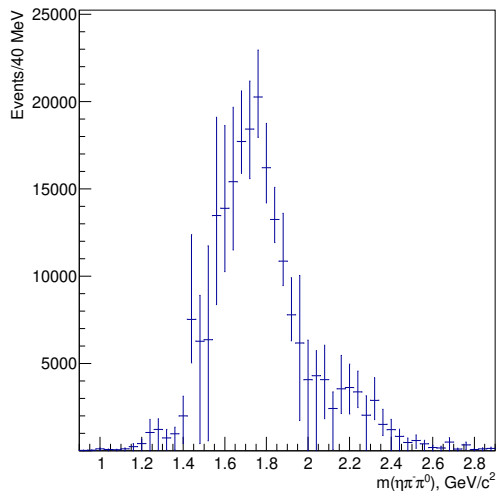


Negative reflectivity



Сравнение с ПВА⁴ $\eta\pi^+\pi^-$

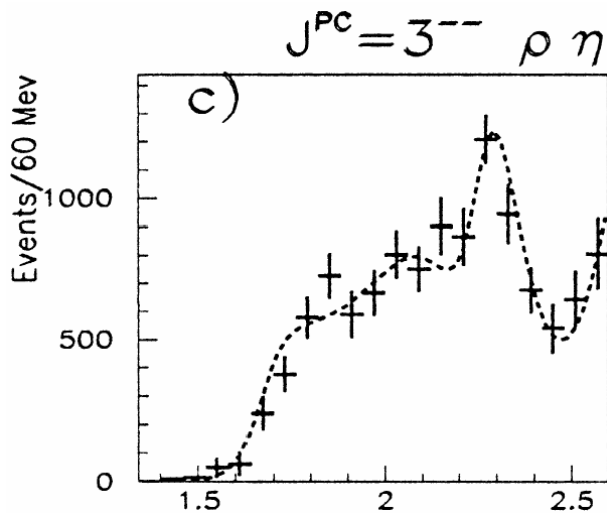
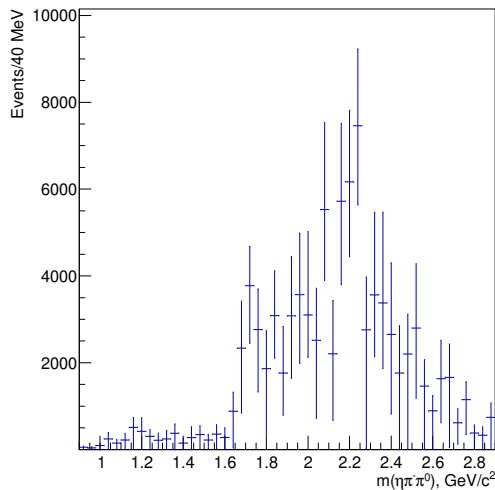
1-P0-1 rho(770)



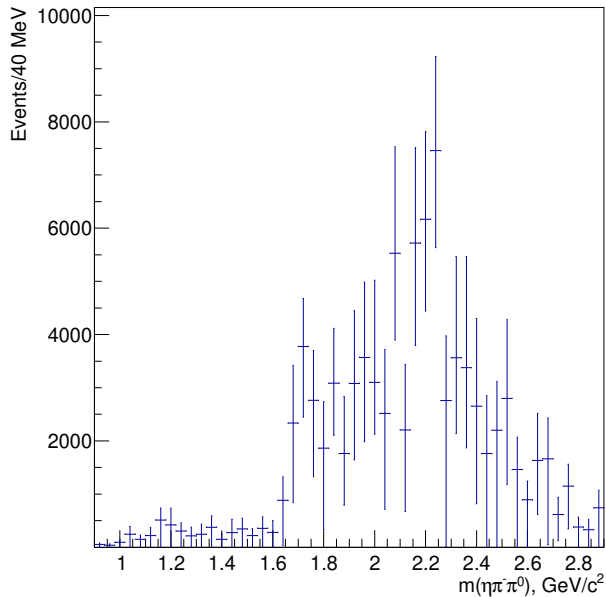
⁴D. V. Amelin *et al.*, Nucl. Phys. A **668** (2000), 83-96

Сравнение с ПВА $\eta\pi^+\pi^-$

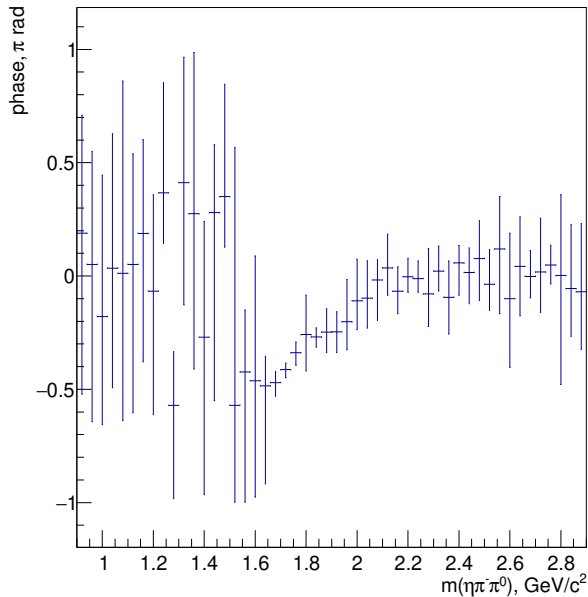
3-F0-1 rho(770)



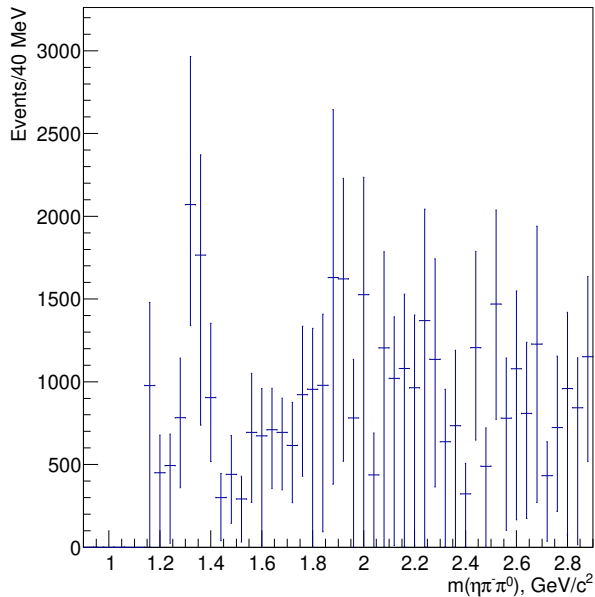
3-F0-1 rho(770)



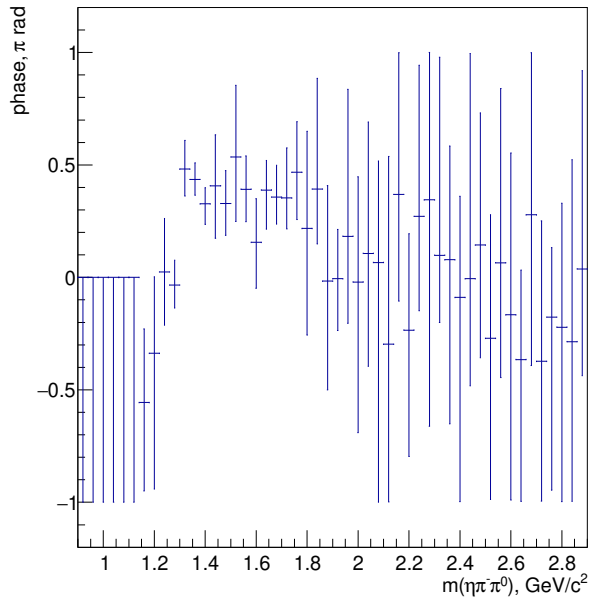
3-F0-1 rho(770) relative to 1-P0-1 rho(770)



1+P0+1 a0(980)



1+P0+1 a0(980) relative to 1+S0+1 rho(770)



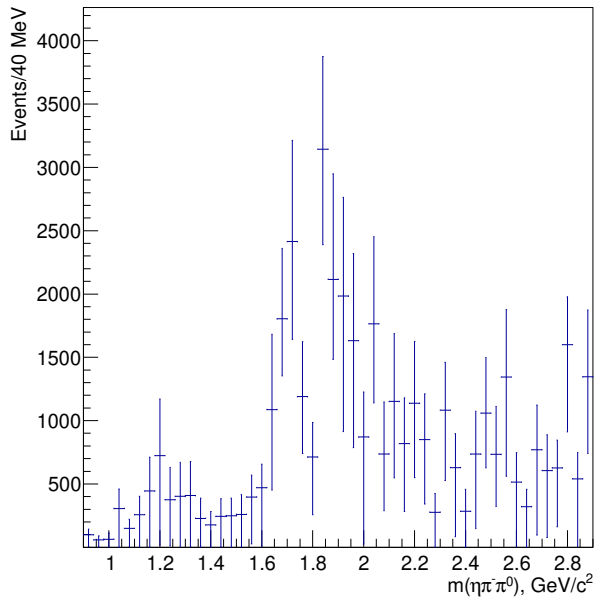
- Применена процедура автоматического выбора набора волн для ПВА. Влияние человека на выбор волн в данном анализе свелось к заданию изобар и ограничений на максимально возможные квантовые числа.
- Проведён предварительный ПВА этой системы
- В системе наблюдается как положительная, так и отрицательная натуральности обмена
- В отрицательной натуральности, ассоциированной с однопионным обменом, доминируют волны 1^- и 3^-
- В планах есть провести масс-зависимый анализ, используя $\rho(1700)$ и $\rho_3(1690)$ как опорные объекты.

Спасибо за внимание.

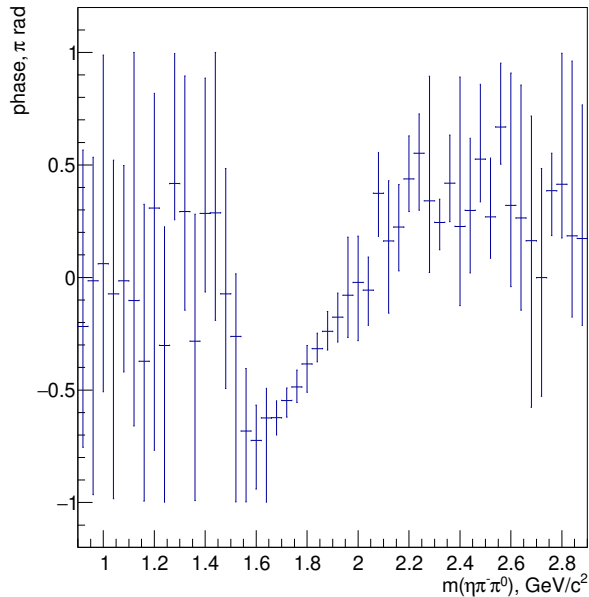
Значимые волны (27 штук) в предыдущем анализе.

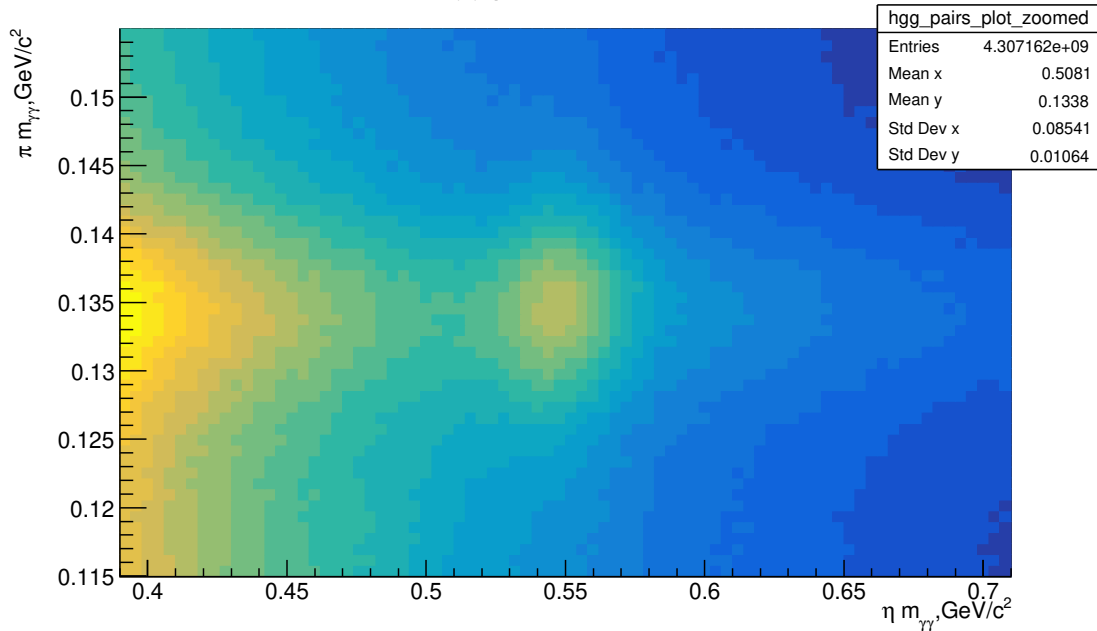
0-P0+1 rho(770)	1+S1-1 rho(770)	flat
1+S0+1 rho(770)	1+P1-1 a0(980)	
1+S1+1 rho(770)	1-P0-1 rho(770)	
1+D0+1 rho(770)	1-P0-1 pi1(1400)	
1+D1+1 rho(770)	2-P1-1 rho(770)	
1+P0+1 a0(980)	2+D1-1 rho(770)	
1+P1+1 a0(980)	2+D0-1 rho(770)	
1+P0+1 a0(1450)	3-F0-1 rho(770)	
1+S0+1 pi1(1400)	3-F1-1 rho(770)	
1+S1+1 pi1(1400)	3-D0-1 a2(1320)	
1+D0+1 pi1(1400)		
1-P1+1 rho(770)		
2-P0+1 rho(770)		
2-P0+1 pi1(1400)		
3+D0+1 rho(770)		
4-F0+1 rho(770)		

3-D0-1 a2(1320)

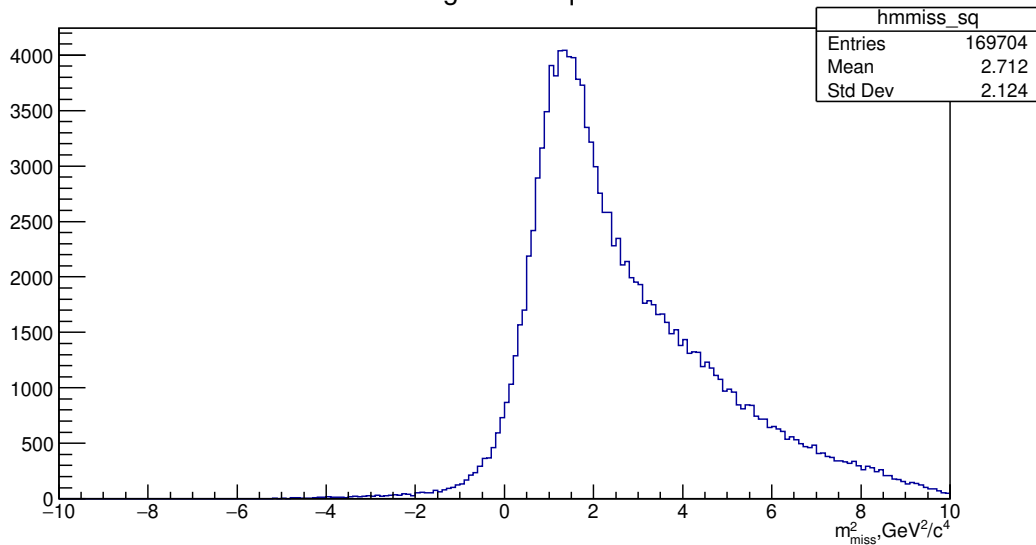


3-D0-1 a2(1320) relative to 1-P0-1 rho(770)



$\gamma\gamma$ pairs mass

Данные только из r44-r59
missing mass squared

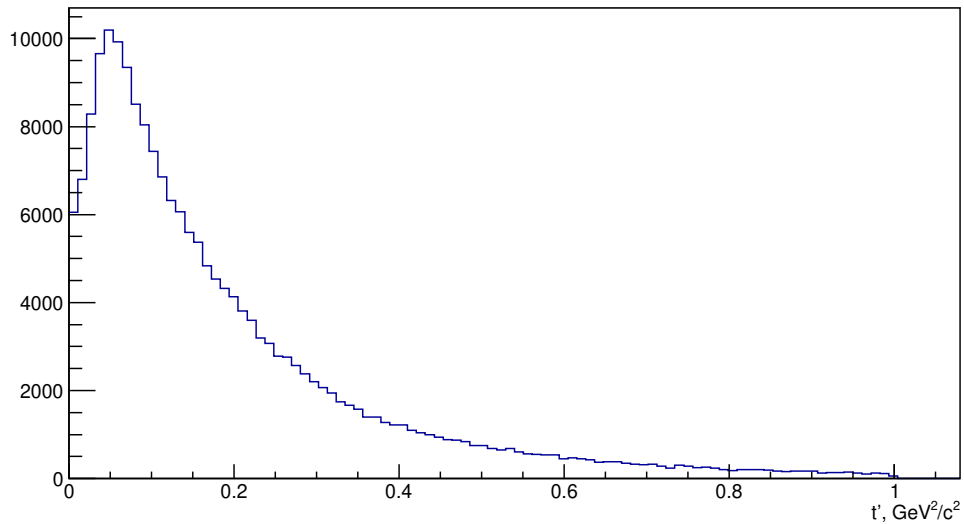


Акцептанс

Вычисление интегралов акцептанса происходит на специальном наборе событий, равномерно распределённых по трёхчастичному фазовому объёму. t' -распределение выбрано так, чтобы воспроизводить реальные данные. Распределение по массе равномерное. Отклик установки на события получен с помощью программы моделирования установки ВЕС, использующей Geant4.10.05. Также применяется процедура подмешивания pile-up.

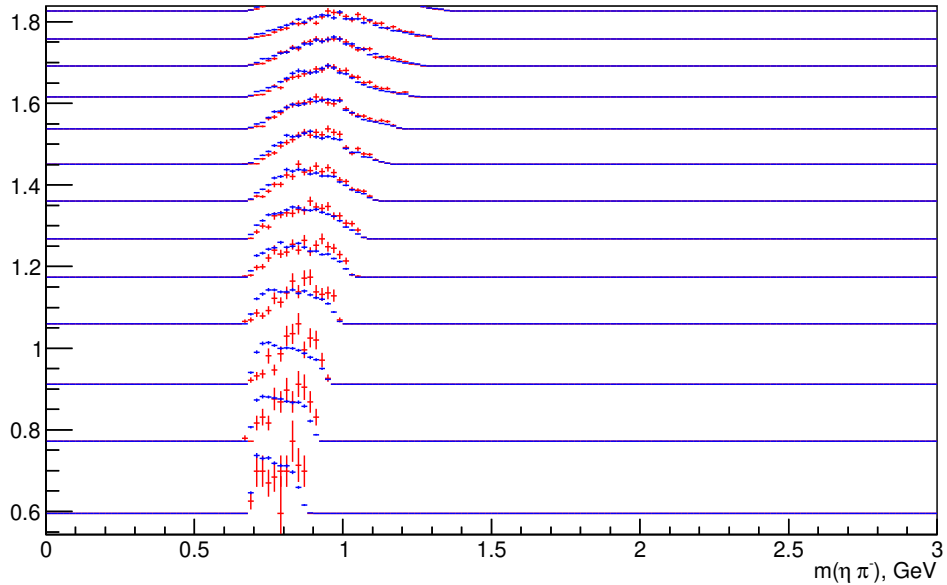
В анализе используются данные нескольких сеансов, и акпетанс установки может отличаться от сеанса к сеансу. Поэтому при расчёте матрицы интегралов акцептанса вклады отдельных сеансов взвешиваются пропорционально интегральному потоку.

$$I_{ab} = \frac{\sum_r N_{beam}^r I_{ab}^r}{\sum_r N_{beam}^r}$$

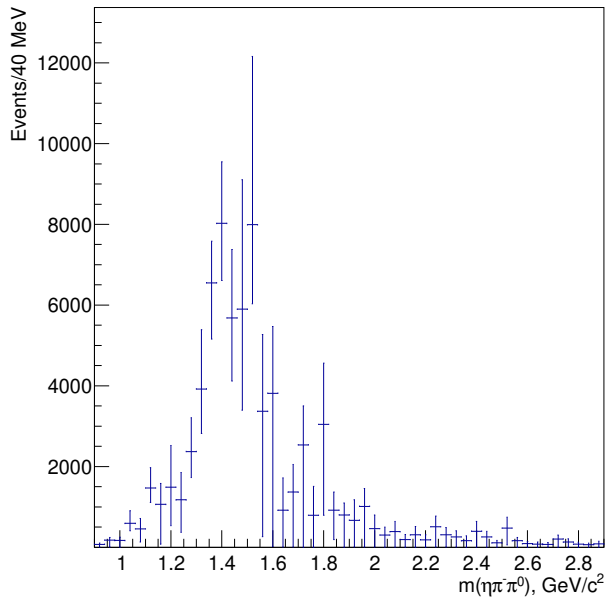


Техника ПВА

- J. D. Hansen, G. T. Jones, G. Otter and G. Rudolph, "Formalism And Assumptions Involved In Partial Wave Analysis Of Three - Meson Systems," Nucl. Phys. B **81**, 403 (1974).
- C. Adolph *et al.* [COMPASS Collaboration], "Resonance Production and $\pi\pi$ S-wave in $\pi^- + p \rightarrow \pi^- \pi^- \pi^+ + p_{recoil}$ at 190 GeV/c," Phys. Rev. D **95**, no. 3, 032004 (2017) doi:10.1103/PhysRevD.95.032004 [arXiv:1509.00992 [hep-ex]].



1+S1-1 rho(770)



1+S0+1 rho(770)

