

Поиск глюболлов в радиационном распаде  
 $J/\Psi$ -мезона на 4 нейтральных пиона

---

Андрей Ситников

НИИ «Курчатовский институт» – ПИЯФ

# Введение

- Конфайнмент: стабильны бесцветные состояния (барионы, мезоны)
- Из кварков можно собрать другие бесцветные состояния — например, тетракварки, пентакварки
- КХД — неабелева, глюоны взаимодействуют друг с другом и могут образовывать **бесцветные** связанные состояния — **глюболы**
- Решеточны модели подтверждают существование, дают предсказания на массы

---

---

<b><math>0^{++}</math></b>	<b><math>1710 \pm 50 \pm 80 \text{ MeV}</math></b>
<b><math>2^{++}</math></b>	<b><math>2390 \pm 30 \pm 120 \text{ MeV}</math></b>
<b><math>0^{-+}</math></b>	<b><math>2560 \pm 35 \pm 120 \text{ MeV}</math></b>

---

---

Y. Chen *et al.* "Glueball spectrum and matrix elements on anisotropic lattices," *Phys. Rev. D* 73, 014516 (2006).

---

---

<b><math>0^{++}</math></b>	<b><math>1980 \text{ MeV}</math></b>	<b><math>1920 \text{ MeV}</math></b>
<b><math>2^{++}</math></b>	<b><math>2420 \text{ MeV}</math></b>	<b><math>2371 \text{ MeV}</math></b>
<b><math>0^{-+}</math></b>	<b><math>2220 \text{ MeV}</math></b>	

---

---

A. P. Szczepaniak and E. S. Swanson, "The Low lying glueball spectrum," *Phys. Lett. B* 577, 61-66 (2003).

M. Rinaldi and V. Vento, "Meson and glueball spectroscopy within the graviton soft wall model," *Phys. Rev. D* 104, no.3, 034016 (2021).

---

---

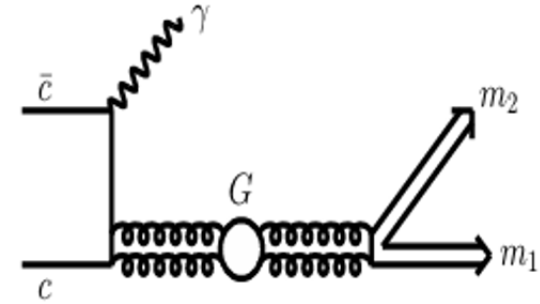
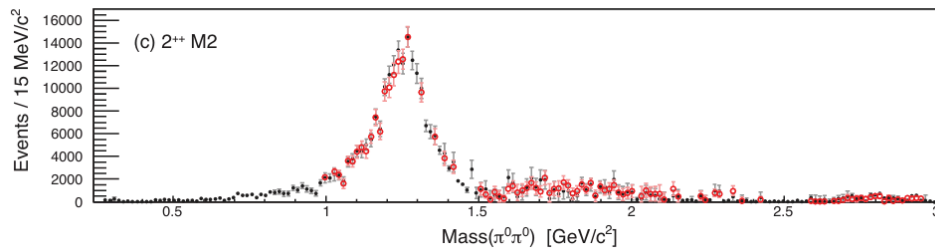
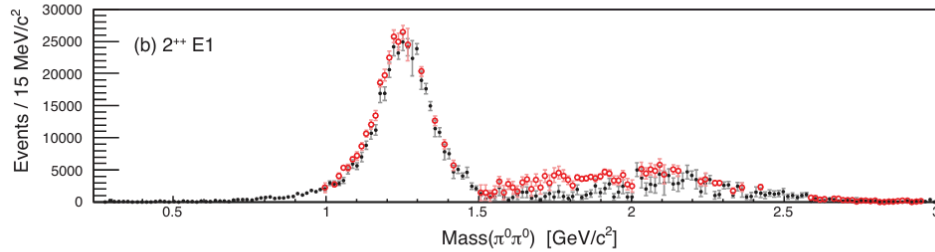
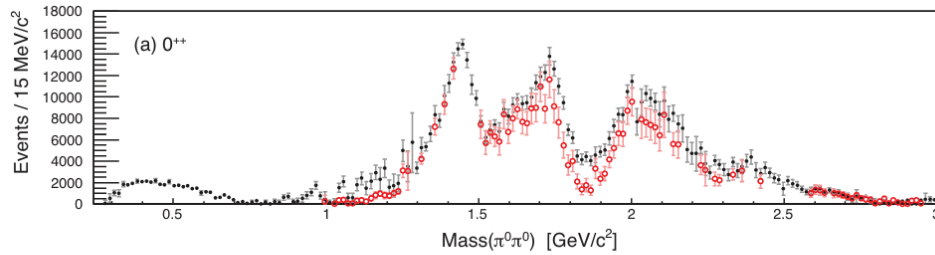
<b><math>0^{++}</math></b>	<b><math>1850 \pm 130 \text{ MeV}</math></b>
<b><math>0^{-+}</math></b>	<b><math>2580 \pm 180 \text{ MeV}</math></b>

---

---

M. Q. Huber, C. S. Fischer and H. Sanchis-Alepuz, "Spectrum of scalar and pseudoscalar glueballs from functional methods," *Eur. Phys. J. C* 80, no.11, 1077 (2020).

$J/\psi \rightarrow \gamma 2\pi_0$  распад:

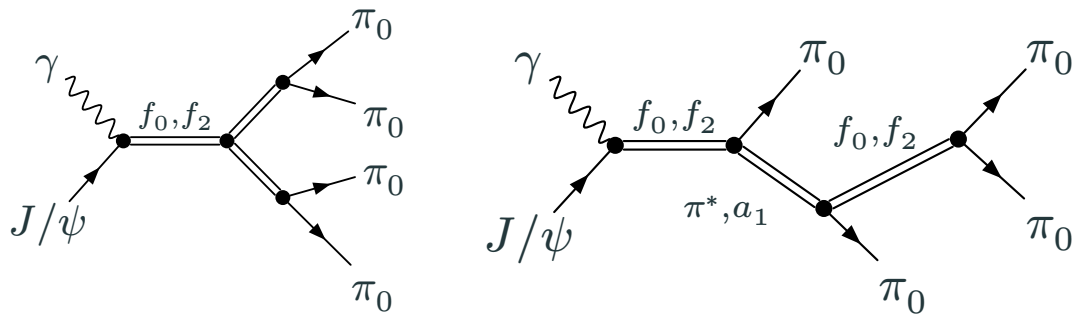


Глюонно-богатый процесс

- Возбужденные мезонные состояния должны быть сильно подавлены
- В скалярном секторе наблюдается ярко выраженный сигнал
- Малые возбуждения в тензорном секторе — у тензорных состояний основной распад идёт на 4 частицы

Ablikim et al (2015)

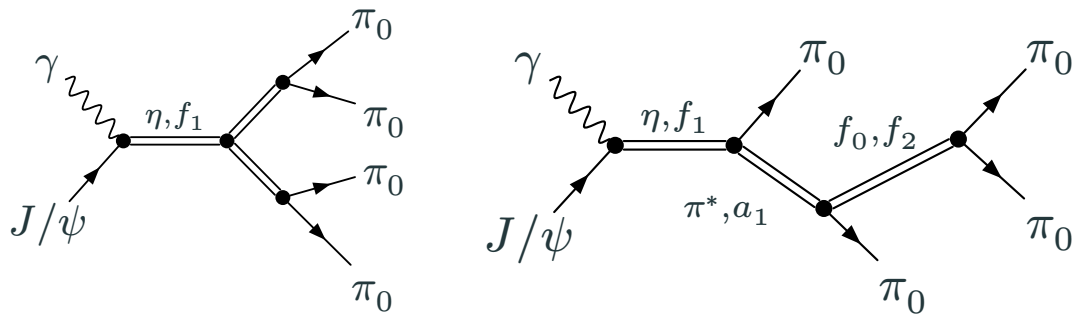
# Топологии распада на $4\pi_0$



Каждая вершина обладает общим спином  $S$  и угловым моментом  $L$ :

$$\begin{aligned}
 f_0(0^{++}) &\rightarrow f_0(0^{++}) \begin{matrix} + \\ S=0;L=0 \end{matrix} f_0(0^{++}) & f_0(0^{++}) &\rightarrow \pi^*(0^{-+}) \begin{matrix} + \\ S=L=0 \end{matrix} \pi \rightarrow [f_0(0^{++}) \begin{matrix} + \\ S=L=0 \end{matrix} \pi] \pi \\
 f_0(0^{++}) &\rightarrow f_2(2^{++}) \begin{matrix} + \\ S=L=0,2,4 \end{matrix} f_2(2^{++}) & & \rightarrow [f_2(2^{++}) \begin{matrix} + \\ S=L=2 \end{matrix} \pi] \pi \\
 f_0(0^{++}) &\rightarrow f_0(0^{++}) \begin{matrix} + \\ S=L=2 \end{matrix} f_2(2^{++}) & f_0(0^{++}) &\rightarrow \pi_2(2^{-+}) \begin{matrix} + \\ S=L=2 \end{matrix} \pi \rightarrow [f_0(0^{++}) \begin{matrix} + \\ S=0;L=2 \end{matrix} \pi] \pi \\
 f_0(0^{++}) &\rightarrow f_2(2^{++}) \begin{matrix} + \\ S=L=0,2,4 \end{matrix} f_2(2^{++}) & & \rightarrow [f_2(2^{++}) \begin{matrix} + \\ S=2;L=0,2,4 \end{matrix} \pi] \pi \\
 f_2(2^{++}) &\rightarrow f_0(0^{++}) \begin{matrix} + \\ S=2;L=0,2,4 \end{matrix} f_2(2^{++}) & f_0(0^{++}) &\rightarrow a_1(1^{++}) \begin{matrix} + \\ S=L=1 \end{matrix} \pi \rightarrow [f_0(0^{++}) \begin{matrix} + \\ S=0;L=1 \end{matrix} \pi] \pi \\
 f_2(2^{++}) &\rightarrow f_2(2^{++}) \begin{matrix} + \\ S=0,L=2 \\ S=2;L=0,2,4 \\ S=4;L=2 \end{matrix} f_2(2^{++}) & & \rightarrow [f_2(2^{++}) \begin{matrix} + \\ S=2;L=1,3 \end{matrix} \pi] \pi \\
 & & f_2(2^{++}) &\rightarrow a_2(2^{++}) \begin{matrix} + \\ S=2;L=1,3 \end{matrix} \pi \rightarrow [f_2(2^{++}) \begin{matrix} + \\ S=2;L=1,3 \end{matrix} \pi] \pi \\
 & & & \dots
 \end{aligned}$$

# Топологии распада на $4\pi_0$

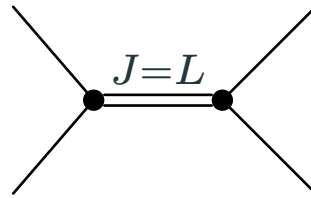


Каждая вершина обладает общим спином  $S$  и угловым моментом  $L$ :

$$\begin{aligned}
 \eta(0^{-+}) &\rightarrow f_2(2^{++})_{S=1;L=1} + f_2(2^{++})_{S=3;L=3} & \eta(0^{-+}) &\rightarrow a_2(2^{++})_{S=L=2} + \pi \rightarrow [f_2(2^{++})_{S=2;L=1,3} + \pi] \pi \\
 f_1(1^{++}) &\rightarrow f_2(2^{++})_{S=2;L=2} + f_0(0^{++}) & f_1(1^{++}) &\rightarrow a_2(2^{++})_{S=2;L=1,3} + \pi \rightarrow [f_2(2^{++})_{S=2;L=1,3} + \pi] \pi \\
 f_1(1^{++}) &\rightarrow f_2(2^{++})_{S=1;L=0,2,4} + f_2(2^{++})_{S=2;L=2,4} + f_2(2^{++})_{S=3;L=2,4} & f_1(1^{++}) &\rightarrow \pi_2(2^{-+})_{S=2;L=2} + \pi \rightarrow [f_0(0^{++})_{S=0;L=2} + \pi] \pi \\
 & & & \rightarrow [f_2(2^{++})_{S=2;L=0,2,4} + \pi] \pi \\
 & & f_1(1^{++}) &\rightarrow a_1(1^{++})_{S=1;L=1,3} + \pi \rightarrow [f_0(0^{++})_{S=0;L=1} + \pi] \pi \\
 & & & \rightarrow [f_2(2^{++})_{S=2;L=1,3} + \pi] \pi
 \end{aligned}$$

# Парциально-волновой анализ

Для **скалярных** частиц  $2 \rightarrow 2$ :



$$\mathcal{A}(s, z) = \sum_{L=0} a_L(s) \cdot (2L + 1) P_L(z); \quad z = \cos \theta = \frac{\vec{k}_L^\perp \cdot \vec{k}_2^\perp}{k_1^\perp{}^\mu k_{2\mu}^\perp}$$

Позволяет определять спины и  $P$ -четности промежуточных частиц из конечных угловых распределений.

# Ковариантный формализм

Работаем напрямую с тензорными представлениями  $SO(3)$ .

1. Для каждой частицы рассматриваем подпространство  $SO(1, 3)$ ,  $\perp$  полному 4-импульсу частицы.

$$g_{\mu\nu}^{\perp} = g_{\mu\nu} - \frac{P_{\mu}P_{\nu}}{P^2}$$

2. Состоянию со спином  $J$  сопоставляется тензор неприводимых представлений  $SO(3) \rightarrow$  симметричный, бесследовый (частный случай – вектор поляризации,  $\varepsilon_{\mu}k_{\mu} = 0$ )
3. Угловой момент между двумя частицами  $L$ :

$$X_{\mu_1 \dots \mu_L}(k^{\perp}) \text{ — обесслеженный тензор } k_{\mu_1}^{\perp} \dots k_{\mu_L}^{\perp}, \quad k_{\mu}^{\perp} = g_{\mu\nu}^{\perp} \frac{(k_1 - k_2)^{\nu}}{2}$$

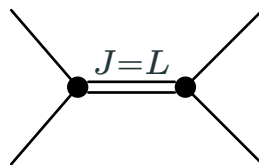
$$P_{\mu_1} X_{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_L}^{(L)} = 0, \quad g_{\mu_1 \mu_2}^{\perp} X_{\mu_1 \dots \mu_L} = 0$$
$$X^{(0)} = 1, \quad X_{\mu}^{(1)} = k_{\mu}^{\perp}, \quad X_{\mu\nu}^{(2)} = \frac{3}{2} \left( k_{\mu_1}^{\perp} k_{\mu_2}^{\perp} - \frac{1}{3} k_{\perp}^2 g_{\mu\nu}^{\perp} \right)$$

# Ковариантный формализм

4. Композитное состояние: свертка проекций тензоров составляющих состояний на неприводимые представления подпространства  $\perp P^\mu = k_1^\mu + k_2^\mu$  с угловым моментом.

Полная угловая часть амплитуды: полная свертка со всеми внешними поляризациями.

Случай  $2 \rightarrow 2$  скалярных частиц:

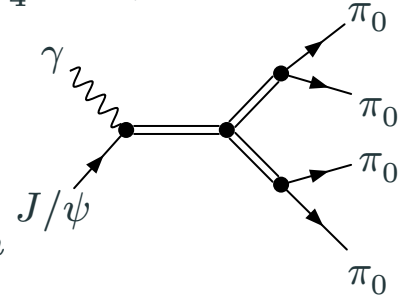

$$X_{\mu_1 \dots \mu_n}^{(L)}(k^\perp) X_{\mu_1 \dots \mu_n}^{(L)}(q^\perp) = \alpha(L) (k_\perp q_\perp)^L P_L(z) \leftrightarrow \mathcal{A}(s, z) = \sum_{L=0} a_L(s) \cdot (2L + 1) P_L(z)$$

Пример: для вершины  $4\pi_0$  в топологии  $2\pi_0 + 2\pi_0$ :

$$V_{\mu_1 \dots \mu_{S_4}}^{(S_4)} = \begin{cases} X_{\mu_1 \dots \mu_{J_1-m} \nu_1 \dots \nu_m}^{(J_1)}(k_{12}^\perp) X_{\mu_{J_1-m+1} \dots \mu_{S_4} \nu_1 \dots \nu_m}^{(J_2)}(k_{34}^\perp), & J_1 + J_2 - S_4 = 2m \\ \varepsilon_{\mu_1 \eta \beta P} X_{\eta \mu_2 \dots \mu_{J_1-m} \nu_1 \dots \nu_m}^{(J_1)}(k_{12}^\perp) X_{\beta \mu_{J_1-m+1} \dots \mu_{S_4} \nu_1 \dots \nu_m}^{(J_2)}(k_{34}^\perp), & J_1 + J_2 - S_4 = 2m + 1 \end{cases}$$

$$S_{\nu_1 \dots \nu_{S_4}}^{(S_4)} = V_{\nu_1 \dots \nu_{S_4}}^{(S_4)} O_{\mu_1 \dots \mu_{S_4}}^{\nu_1 \dots \nu_{S_4}}(P) \leftarrow \text{ортогонализация, симметризация и обесслеживание}$$

$$A_{\mu_1 \dots \mu_{J_4}}^{4\pi_0} = \begin{cases} S_{\mu_1 \dots \mu_{S_4-m} \nu_1 \dots \nu_m}^{(S_4)} X_{\mu_{S_4-m+1} \dots \mu_{J_4} \nu_1 \dots \nu_m}^{(L_4)}(k_4^\perp), & S_4 + L_4 - J_4 = 2m \\ \varepsilon_{\mu_1 \eta \beta P} S_{\eta \mu_2 \dots \mu_{S_4-m} \nu_1 \dots \nu_m}^{(S_4)} X_{\beta \mu_{S_4-m+1} \dots \mu_{J_4} \nu_1 \dots \nu_m}^{(L_4)}(k_4^\perp), & S_4 + L_4 - J_4 = 2m + 1 \end{cases}$$



$J/\psi + \gamma \rightarrow 4\pi_0$  :

$$\begin{cases} V^{S_0=0} = \epsilon_{J/\psi}^\mu \epsilon_\gamma^\mu \\ V_\mu^{S_0=1} = \varepsilon_{\mu\nu\eta P} \epsilon_{J/\psi}^\nu \epsilon_\gamma^\eta \\ V_{\mu\nu}^{S_0=2} = \epsilon_{J/\psi}^\mu \epsilon_\gamma^\nu \end{cases} \longrightarrow A_{\mu_1 \dots \mu_{J_4}}^{\gamma J/\psi} = \begin{cases} S_{\mu_1 \dots \mu_{S-m} \nu_1 \dots \nu_m}^{(S_0)} X_{\mu_{S-m+1} \dots \mu_{J_4} \nu_1 \dots \nu_m}^{(L_0)}(k_0^\perp) \\ \varepsilon_{\mu_1 \eta \beta P} S_{\eta \mu_2 \dots \mu_{S-m} \nu_1 \dots \nu_m}^{(S_0)} X_{\beta \mu_{S-m+1} \dots \mu_{J_4} \nu_1 \dots \nu_m}^{(L_0)}(k_0^\perp) \end{cases}$$

(M.A. Matveev, A.T. Sitnikov, A.V. Sarantsev, 2026)

$$\mathcal{A}_{\text{angle}} = A_{\mu_1 \dots \mu_{J_4}}^{\gamma J/\psi} A_{\mu_1 \dots \mu_{J_4}}^{4\pi_0} =: \epsilon_{J/\psi}^{\mu} \epsilon_{\gamma}^{\nu} A_{\mu\nu}$$

$$\mathcal{A} = \frac{1}{2} \sum_{\epsilon} \epsilon_{J/\psi}^{\mu} \epsilon_{\gamma}^{\nu} \sum_{\substack{\text{topologies} \\ J_i L_i S_i \\ \text{channels} \\ \pi_0 \text{ permutations}}} A_{\text{BW}}(s_i) A_{\mu\nu}(k^{\mu})$$

- Угловая часть амплитуды напрямую строится из 4-импульсов без привязки к системам отсчёта
- Возможен событийный анализ многочастичных реакций
- Ковариантный формализм использовался в официальном анализе данных фоторождения мезонов на нуклоне и данных по  $p\bar{p}$  аннигиляции в мезоны

# Отбор данных

Основная задача — борьба с неправильной комбинаторикой.

- Выбор  $\gamma_{1\dots 9}$  из детектированных частиц с  $\sum_{\gamma} p_{\gamma}^{\mu} = P_{J/\psi}^{\mu}$ , сохраняем  $\chi_{1,4C}$ ,  $\chi_{2,4C}$  для лучшей и **второй лучшей** комбинации
- Выбор разбиения на пары  $\pi^0$  по всем возможным по массовому условию, сохраняем  $\chi_{1,8C}$ ,  $\chi_{2,8C}$  для лучшего и **второго лучшего**.

$$\{\gamma_n\} \xrightarrow{\text{selection}} \overbrace{\begin{array}{cccc} & \pi_1^0 & \pi_2^0 & \pi_3^0 & \pi_4^0 \\ \gamma_1 \gamma_2 & \gamma_3 \gamma_4 & \gamma_5 \gamma_6 & \gamma_7 \gamma_8 & \underbrace{\gamma_9}_{\text{free}} \end{array}}^{J/\psi} = \gamma_{1\dots 9}$$

< 2% неправильной комбинаторики, равномерно распределенной по энергиям

Требование однозначности:

$$\begin{cases} \chi_{2,4C}^2 > A \\ \chi_{1,4C}^2 < \chi_{1,8C}^2 < B \\ \chi_{2,8C}^2 - \chi_{1,8C}^2 > C \\ A, B, C = \text{const} \end{cases}$$

↓

Неправильные комбинации группируются на больших  $m_{4\pi_0}$   
 $\Rightarrow$  надо использовать динамические условия

↓

$$\begin{cases} \chi_{2,4C}^2 > A \\ \chi_{1,4C}^2 < \chi_{1,8C}^2 < f(m_{4\pi}) \\ \chi_{2,8C}^2 - \chi_{1,8C}^2 > g(m_{4\pi}) \end{cases}$$

# Background

Можно исключить:

$$K^0 : m_{2\pi_0} (\sim 498 \text{ MeV}), \eta : m_{3\pi_0} (\sim 548 \text{ MeV}), \omega : m_{\pi_0+\gamma} (\sim 783 \text{ MeV})$$

---

Остается фон:

- $\geq 6\pi_0$  — потеря двух и более пионов маловероятна, изменит  $\sum P_i$
- $J/\psi \rightarrow \gamma 5\pi_0$  напрямую нарушает  $C$ -чётность и изоспин.
- Может достигаться только через слабый распад  $\eta \rightarrow 3\pi_0$

Основной фон должен быть:  $J/\psi \rightarrow \gamma \eta \pi_0 \pi_0 \rightarrow \gamma 5\pi_0$

# Искусственные данные: тест метода

PHSP MC → грубая симуляция детектора → отбор событий  
взвесим BW повторим анализ  
на полученных взвешенных событиях

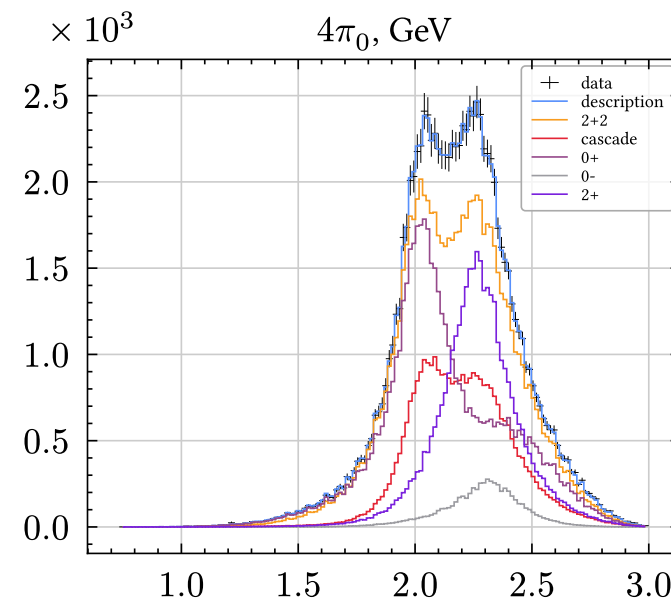
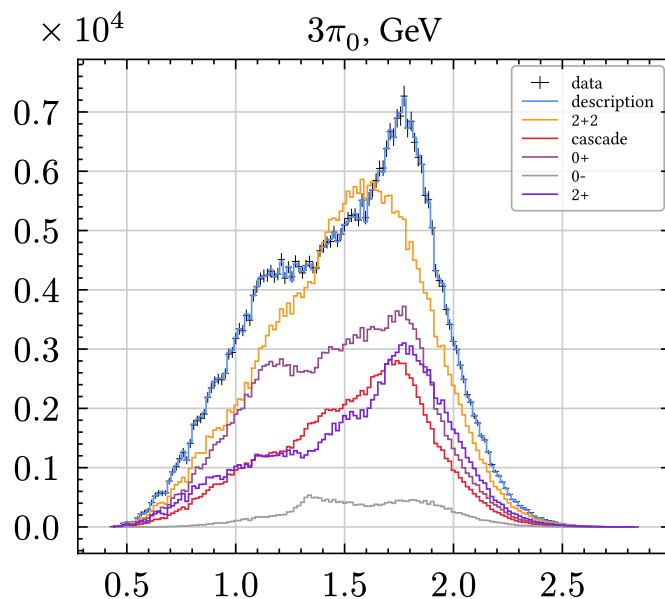
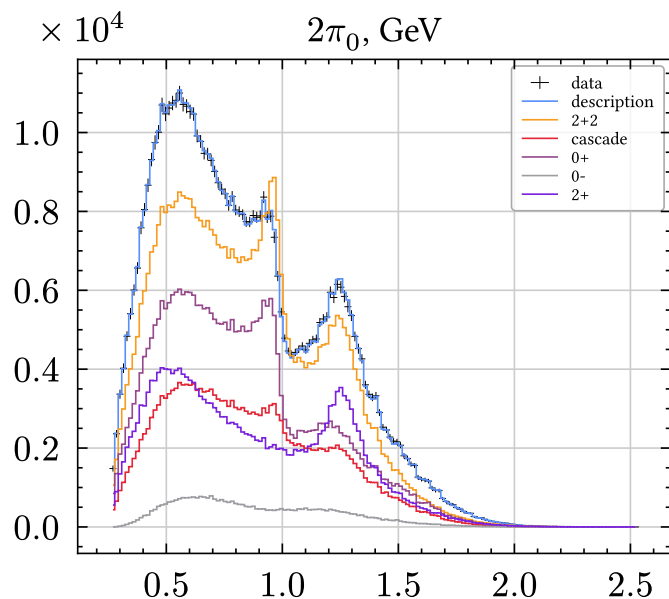
Рассмотрим три резонанса в канале  $4\pi_0$ : Каналы  $3\pi_0, 2\pi_0$ :

- $0^{++} : M = 2.0 \text{ GeV}, \Gamma = 0.25 \text{ GeV}$   $f_0(500), f_0(980), f_2(1275),$
- $2^{++} : M = 2.3 \text{ GeV}, \Gamma = 0.30 \text{ GeV}$   $\pi(1300), \pi(1800), \pi(2100), \pi_2(1670),$
- $0^{-+} : M = 2.35 \text{ GeV}, \Gamma = 0.35 \text{ GeV}$   $a_2(1320), a_2(1900)$

**Заложенные параметры восстанавливаются однозначно** (ширина сдвигается)

## Алгоритм получения решения:

1. Описываем данные набором  $0^{++}$  резонансов:  $\ln L = 39755$
2. Добавляем  $2^{++}$  резонансы:  $\ln L = 51403$
3. Добавляем  $0^{-+}$  резонансы:  $\ln L = 54451$
4. Убираем резонансы с вкладами 0.06% и 0.04%:  $\ln L = 54444 \rightarrow$  **получаются заложенные параметры**



Финальные распределения масс в анализе искусственных данных

- Разработан общий метод анализа пятичастичных реакций  
Возможно использования для анализа померон-померонного распада в  $4\pi_0$  на данных NICA
- На текущий момент совместно работаем с BES III коллаборацией над применением метода к данным.

# References

Ablikim, M., Achasov, M.N., Ai, X.C., Albayrak, O., Albrecht, M., Ambrose, D.J., et al (2015) Amplitude analysis of the  $\pi^0\pi^0$  system produced in radiative  $J/\psi$  decays, *Phys. Rev. D*, 92(5): 52003, doi: doi.org/10.1103/PhysRevD.92.052003.

Chen, Y., Alexandru, A., Dong, S.J., Draper, T., Horváth, I., Lee, F.X., et al (2006) Glueball spectrum and matrix elements on anisotropic lattices, *Phys. Rev. D*, 73(1): 14516, doi: doi.org/10.1103/PhysRevD.73.014516.

Huber, M.Q., Fischer, C.S. и Sanchis-Alepuz, H. (2021) Higher spin glueballs from functional methods, *The European Physical Journal C*, 81(12), doi: doi.org/10.1140/epjc/s10052-021-09864-5.

Szczepaniak, A. и Krupinski, P. (2006) Energy spectrum of the low-lying gluon excitations in the Coulomb gauge, *Physical Review D*, 73:, doi: doi.org/10.1103/PhysRevD.73.116002.