



Редкие четырёхлептонные распады заряженных В-мезонов в три заряженных лептона и нейтрино в методе ортогональных амплитуд



Багдатова А.Г.¹ Баранов С.П.^{1,2} Никитин Н.В.^{1,2,3,4,5} Остапович Д.С.^{1,3}

¹Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Москва, Россия ²НИИ ядерной физики им. Д.В. Скобельцына МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия ³Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия
⁴Институт теоретической и экспериментальной физики НИЦ "Курчатовский институт", Москва, Россия ⁵Московский физико-технический институт (НИУ), Долгопрудный, Россия

Введение

В настоящей работе рассмотрены распады вида $B^- \rightarrow \ell^+ \ell^- \bar{\nu}_\ell \ell'^-$ и $B^- \rightarrow \ell^+ \ell^- \bar{\nu}_\ell \ell^-$.

► Единственный на данный момент экспериментальный верхний предел парциальной ширины распада $B^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_\mu \mu^-$ [2] ниже всех существующих теоретических оценок:

$$\text{Br}(B^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_\mu \mu^-) < 0.16 \times 10^{-7}.$$

► Существующие теоретические оценки имеют некоторые ограничения:

- Приближение безмассовых лептонов.
- Учтены вклады только лёгких резонансов.
- Амплитуда представлена в форме, нарушающей калибровочную инвариантность.
- Вклад интерференции в распаде $B^- \rightarrow \ell^+ \ell^- \bar{\nu}_\ell \ell^-$ учтён приближённо.

Задачей работы было получение более точных оценок парциальных ширин и дифференциальных распределений распадов.

Существующие оценки

	$\text{Br}(B^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e e^-)$	$\text{Br}(B^- \rightarrow e^+ e^- \bar{\nu}_\mu \mu^-)$	$\text{Br}(B^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_\mu \mu^-)$	$\text{Br}(B^- \rightarrow e^+ e^- \bar{\nu}_e e^-)$
[3]	0.6×10^{-7}	0.8×10^{-7}	0.7×10^{-7}	
[4]	1.78×10^{-8}	2.48×10^{-8}	1.77×10^{-8}	2.57×10^{-8}
[5]	5.19×10^{-8}	7.59×10^{-8}	6.02×10^{-8}	6.02×10^{-8}
[6]	1.23×10^{-9}			
[7]	3.19×10^{-8}	3.78×10^{-8}		
[8,9]	3.01×10^{-8}	6.38×10^{-8}	3.02×10^{-8}	

Метод ортогональных амплитуд

Рассмотрим амплитуды вида:

$$\mathcal{M} = \bar{u}(q) \hat{O} u(p).$$

С такими амплитудами можно работать как с векторами в четырёхмерном пространстве [10]. Если ввести скалярное произведение, можно построить ортогональный базис:

$$A_1 = \bar{u}(q) \hat{1} u(p), \quad A_2 = \bar{u}(q) \hat{U} u(p), \\ A_3 = \bar{u}(q) \hat{V} u(p), \quad A_4 = \bar{u}(q) \hat{U} \hat{V} u(p),$$

где U и V – вспомогательные 4-векторы, ортогональные p , q и друг другу. Амплитуда \mathcal{M} и её квадрат выражаются через коэффициенты разложения по базису:

$$\mathcal{M} = \sum_{i=1}^4 \frac{1}{\|A_i\|^2} \omega_i A_i, \quad \omega_i = \sum_{s_p, s_q} \mathcal{M} A_i^\dagger, \quad \sum_{s_p, s_q} |\mathcal{M}|^2 = \sum_{i=1}^4 \frac{1}{\|A_i\|^2} |\omega_i|^2.$$

Метод ортогональных амплитуд может быть применён к амплитудам с несколькими парами спинов. Так, квадрат амплитуды распада $B^- \rightarrow \ell^+ \ell^- \bar{\nu}_\ell \ell^-$ в методе ортогональных амплитуд принимает вид:

$$\sum_{s_1, s_2, s_3, s_4} \left| \mathcal{M}_0^{(I)}(k_1, k_2, k_3, k_4) \right|^2 = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \frac{1}{2 \|A_i\|^2 \|A_j\|^2} \left| \zeta_{ij}^{(0)} - \xi_{ij}^{(0)} \right|^2,$$

где коэффициенты разложения

$$\zeta_{ij}^{(0)} = \sum_{s_1, s_2, s_3, s_4} F_{\mu\nu}^{(0)}(q, k) j^\nu(k_2, k_1) J^\mu(k_4, k_3) A_i^\dagger \tilde{A}_j^\dagger, \\ \xi_{ij}^{(0)} = \sum_{s_1, s_2, s_3, s_4} F_{\mu\nu}^{(0)}(\tilde{q}, \tilde{k}) j^\nu(k_4, k_1) J^\mu(k_2, k_3) A_i^\dagger \tilde{A}_j^\dagger.$$

Базис A_i построен на 4-импульсах k_1, k_2 . Базис \tilde{A}_j – на k_3, k_4 .

Вычисление амплитуд распадов

Амплитуда распада $B^- \rightarrow \ell^+ \ell^- \bar{\nu}_\ell \ell'^-$ (NI – Non-Identical):

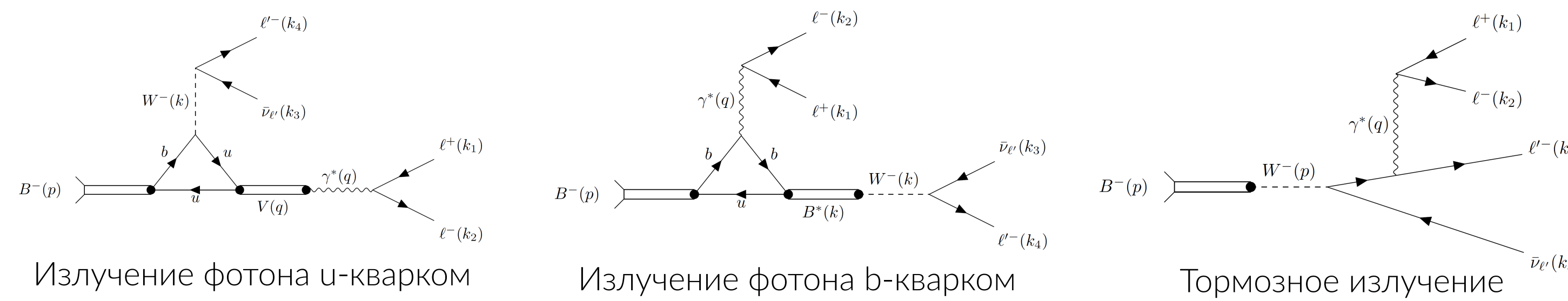
$$\mathcal{M}^{(NI)}(k_1, k_2, k_3, k_4) = \mathcal{M}^{(u)} + \mathcal{M}^{(b)} + \mathcal{M}^{(brem)}.$$

Лептонные токи:

$$j^\nu(k_2, k_1) = \bar{u}(k_2) \gamma^\nu u(-k_1), \quad J^\mu(k_4, k_3) = \bar{u}(k_4) \gamma^\mu (1 - \gamma^5) u(-k_3), \\ \tilde{J}^\mu(k_4, k_3) = \bar{\ell}'(k_4) \gamma^\mu (\hat{p} + m_{\ell'}) (1 - \gamma_5) \nu_{\ell'}(-k_3).$$

Используются обозначения:

$$\mathcal{A} = -i \frac{G_F}{\sqrt{2}} 4\pi \alpha_{em} V_{ub}, \quad q = k_1 + k_2, \quad k = k_3 + k_4, \quad p = k + q, \quad x_{ij} = \frac{(k_i + k_j)^2}{M_B^2}.$$



► Амплитуда тормозного излучения:

$$\mathcal{M}^{(brem)} = \frac{\mathcal{A}}{q^2} (-i) f_{B_u} g_{\mu\nu} j^\nu(k_2, k_1) \left(J^\mu(k_4, k_3) + \frac{m_{\ell'}}{(p - k_3)^2 - m_{\ell'}^2} \tilde{J}^\mu(k_4, k_3) \right).$$

► Амплитуда излучения фотона b-кварком:

$$\mathcal{M}^{(b)} = \frac{1}{3} \frac{\mathcal{A} M_{B^*} f_{B^*}}{q^2 k^2 - M_{B^*}^2} \frac{2V_b(q^2)}{M_B + M_{B^*}} \varepsilon_{\mu\nu\kappa\eta} j^\nu(k_2, k_1) J^\mu(k_4, k_3).$$

► Амплитуда излучения фотона u-кварком. Резонансы описаны моделью VMD:

$$\mathcal{M}^{(u)} = \frac{\mathcal{A}}{q^2} \left[\sum_V \frac{I_V M_V f_V}{q^2 - M_V^2 + i\Gamma_V M_V} \mathcal{F}_{\mu\nu}^{(V)}(k^2) \right] j^\nu(k_2, k_1) J^\mu(k_4, k_3) = \\ = \frac{\mathcal{A}}{q^2} \left[\frac{d'(x_{12}, x_{34})}{M_B} \varepsilon_{\mu\nu\kappa\eta} - i M_B b'(x_{12}, x_{34}) g_{\mu\nu} - 2i \frac{d'(x_{12}, x_{34}) k_\mu - c'(x_{12}, x_{34}) q_\mu k_\nu}{M_B} \right] j^\nu(k_2, k_1) J^\mu(k_4, k_3).$$

При $q^2 \rightarrow 0$ калибровочная инвариантность накладывает ограничения на функции $a(x_{12}, x_{34}), \dots, d(x_{12}, x_{34})$. Применена вычитательная процедура [10]:

$$\tilde{a}(q^2, k^2) = \tilde{a}(0, k^2) + \frac{q^2}{M_V^2} a'(q^2, k^2),$$

$$\tilde{a}(0, k^2) = 0, \quad \tilde{b}(0, k^2) = 0, \quad \tilde{c}(0, k^2) = -\frac{Q_B f_B}{M_B} \frac{1}{1 - x_{34}} + \frac{b(0, k^2)}{1 - x_{34}}, \quad \tilde{d}(0, k^2) = \frac{Q_B f_B}{M_B} \frac{1}{1 - x_{34}}.$$

► Полная амплитуда распада $B^- \rightarrow \ell^+ \ell^- \bar{\nu}_\ell \ell'^-$ может быть представлена в виде:

$$\mathcal{M}^{(NI)}(k_1, k_2, k_3, k_4) = \frac{\mathcal{A}}{q^2} j^\nu(k_2, k_1) J^\mu(k_4, k_3) \times \left[\frac{a(x_{12}, x_{34})}{M_B} \varepsilon_{\mu\nu\kappa\eta} - i M_B b(x_{12}, x_{34}) g_{\mu\nu} - \right. \\ \left. - 2i \frac{d(x_{12}, x_{34}) k_\mu - c(x_{12}, x_{34}) q_\mu k_\nu}{M_B} \right] - i \frac{\mathcal{A}}{q^2} f_{B_u} g_{\mu\nu} \frac{m_{\ell'}}{(p - k_3)^2 - m_{\ell'}^2} j^\nu(k_2, k_1) \tilde{J}^\mu(k_4, k_3, p) \equiv \\ \equiv F_{\mu\nu}(q, k) j^\nu(k_2, k_1) J^\mu(k_4, k_3) + G_{\mu\nu}(p, q, k_3) j^\nu(k_2, k_1) \tilde{J}^\mu(k_4, k_3, p).$$

В случае распада $B^- \rightarrow \ell^+ \ell^- \bar{\nu}_\ell \ell^-$, антисимметризуем амплитуду (I – Identical):

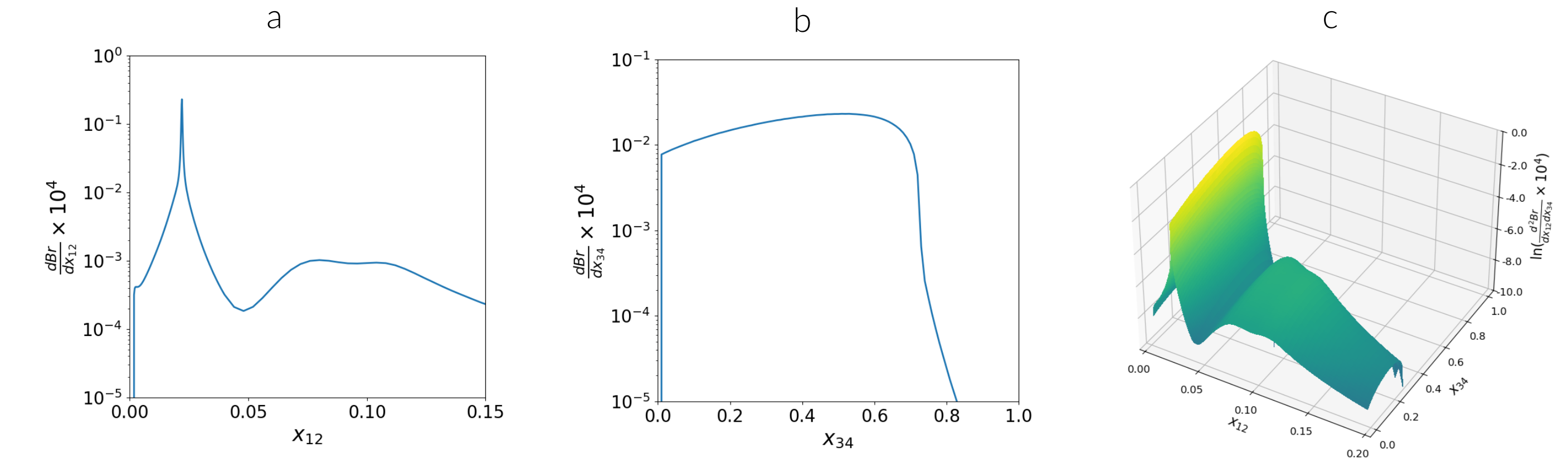
$$\mathcal{M}^{(I)}(k_1, k_2, k_3, k_4) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\mathcal{M}^{(NI)}(k_1, k_2, k_3, k_4) - \mathcal{M}^{(NI)}(k_1, k_4, k_3, k_2) \right).$$

В приближении безмассовых лептонов амплитуда распада $B^- \rightarrow \ell^+ \ell^- \bar{\nu}_\ell \ell^-$ имеет вид:

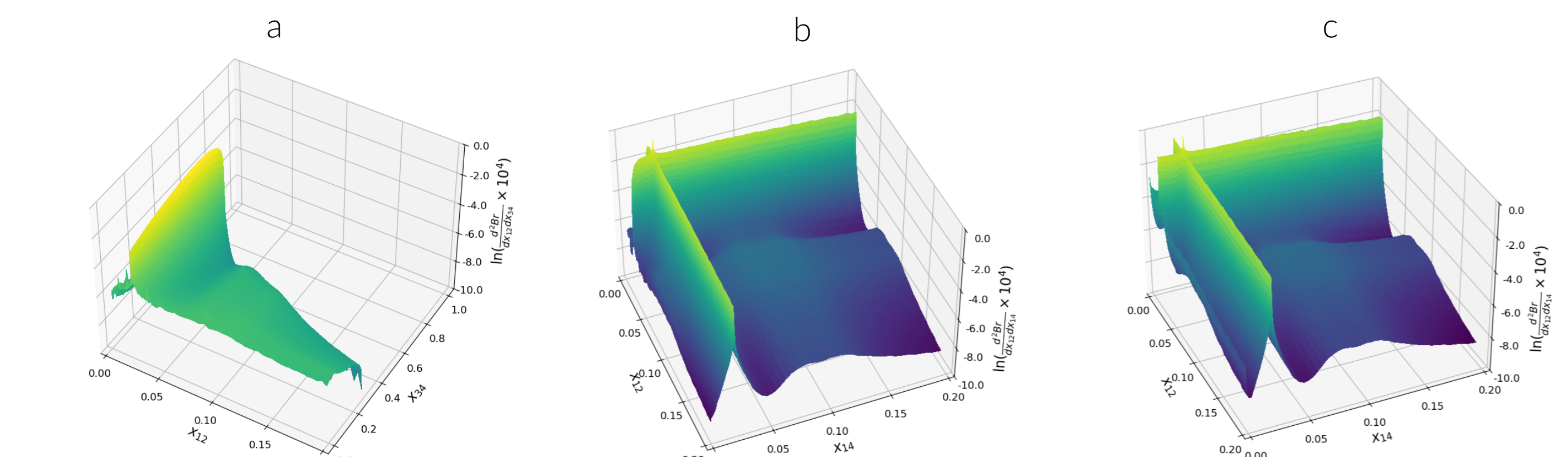
$$\mathcal{M}_0^{(I)}(k_1, k_2, k_3, k_4) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(F_{\mu\nu}^{(0)}(q, k) j^\nu(k_2, k_1) J^\mu(k_4, k_3) - F_{\mu\nu}^{(0)}(\tilde{q}, \tilde{k}) j^\nu(k_4, k_1) J^\mu(k_2, k_3) \right), \\ F_{\mu\nu}^{(0)}(q, k) = \frac{\mathcal{A}}{q^2} \left[\frac{a(x_{12}, x_{34})}{M_B} \varepsilon_{\mu\nu\kappa\eta} - i M_B b(x_{12}, x_{34}) g_{\mu\nu} + 2i \frac{c(x_{12}, x_{34})}{M_B} q_\mu k_\nu \right].$$

Здесь $\tilde{q} = k_1 + k_4, \tilde{k} = k_2 + k_3$.

Численные результаты



Дифференциальные распределения $\frac{d\text{Br}(B^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e e^-)}{dx_{12}}$ (a); $\frac{d\text{Br}(B^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e e^-)}{dx_{34}}$ (b); Дважды дифференциальное распределение $\frac{d^2\text{Br}(B^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e e^-)}{dx_{12} dx_{34}}$ (c).



Дважды дифференциальные распределения $\frac{d^2\text{Br}(B^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_\mu \mu^-)}{dx_{12} dx_{34}}$ (a); $\frac{d^2\text{Br}(B^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_\mu \mu^-)}{dx_{12} dx_{14}}$ (b); $\frac{d^2\text{Br}(B^- \rightarrow e^+ e^- \bar{\nu}_e e^-)}{dx_{12} dx_{14}}$ (c).

Новые теоретические оценки парциальных ширин:

$$\text{Br}(B^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e e^-) = 3.6 \times 10^{-8}; \quad \text{Br}(B^- \rightarrow e^+ e^- \bar{\nu}_\mu \mu^-) = 3.7 \times 10^{-8}; \\ \text{Br}(B^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_\mu \mu^-) = 3.6 \times 10^{-8}; \quad \text{Br}(B^- \rightarrow e^+ e^- \bar{\nu}_e e^-) = 3.8 \times 10^{-8}.$$

Заключение

- По сравнению с предыдущими работами,
 1. Были учтены вклады возбуждённых векторных резонансов $\rho(1450), \omega(1420), \rho(1700), \omega(1650)$.
 2. Была применена вычитательная процедура.
 3. Было использовано точное выражение амплитуды тормозного излучения.
 4. Для распадов $B^- \rightarrow \ell^+ \ell^- \bar{\nu}_\ell \ell'^-$ были полностью учтены ненулевые лептонные массы.
 5. Для распадов вида $B^- \rightarrow \ell^+ \ell^- \bar{\nu}_\ell \ell^-$ вклад интерференционных членов был вычислен без дополнительных приближений.
- Получены новые теоретические оценки для парциальных ширин, дифференциальных и дважды дифференциальных распределений распадов.
- Расхождение между теоретическими предсказаниями и экспериментальными данными сохраняется.

Ссылки

[1] Bagdatova A. [et al.]. // Moscow University Physics Bulletin. – 2025. – Vol. 80, Suppl. 2. – S720–S727.
[2] Aaij R. [et al.]. // The European Physical Journal C. – 2019. – Vol. 79, no. 8. – P. 675.
[3] Danilina A., Nikitin N., Toms K. // Phys. Rev. D. – 2020. – Vol. 101, issue 9. – P. 096007.
[4] Beneke M. [et al.]. // The European Physical Journal C. – 2021. – Vol. 81, no. 7. – P. 638.
[5] Bharucha A., Kindra B., Mahajan N. – 2021. – arXiv: 2102.03193 [hep-ph].
[6] Wang C., Wang Y.-M., Wei Y.-B. // Journal of High Energy Physics. – 2022. – Vol. 2022, no. 2. – P. 1–54.
[7] Kürten S. [et al.]. // Phys. Rev. D. – 2023. – Vol. 107, no. 5. – P. 053006.
[8] Ivanov M., Melikhov D. // Phys. Rev. D. – 2022. – Jan. – Vol. 105, issue 1. – P. 014028.
[9] Ivanov M., Melikhov D. // Phys. Rev. D. – 2022. – Vol. 105, issue 9. – P. 094038.
[10] Baranov, S.P., Slad, V.L. // Phys. Atom. Nuclei. – 2003. – Vol. 66. – P. 1730.
[11] Данилина А., Никитин Н. // Ядерная физика. – 2024. – Т. 87, № 5. – С. 625–638.