

# Распределения по барионному числу и фазовая диаграмма КХД

Роман Н. Роголёв

НИЦ “Курчатовский институт” - ИФВЭ

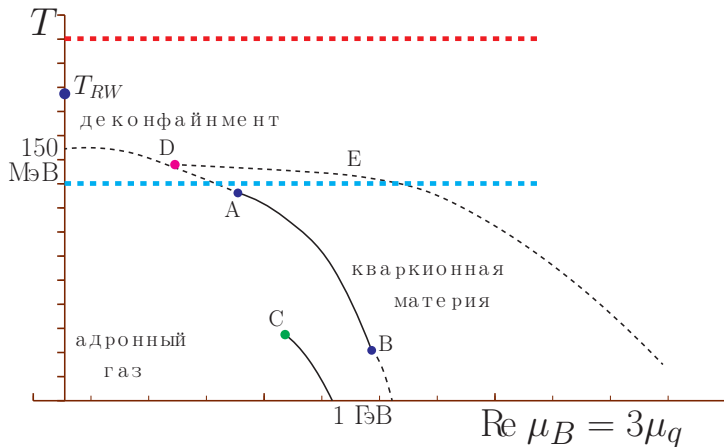
05.06.2026

## План

- 1 Статсумма и ТД величины в КХД
- 2 Распределения по барионному числу, их моменты и кумулянты
- 3 Решёточные оценки и модель адронного резонансного газа
- 4 Извлечение  $\mu_B$  из экспериментальных данных
- 5 Обсуждение и выводы

В соавторстве с Н.В.Герасименюком (работа поддержана грантом РФФ ).

# Гипотетическая фазовая диаграмма КХД



## Большая каноническая статсумма

$$Z_{GC}(\theta, T, V) = \sum_j \langle j | \exp \left( \frac{-\hat{H} + \mu_q \hat{Q}}{T} \right) | j \rangle$$

Кварковое число  $Q$  кратно  $N_c$

$$\theta_B \equiv \frac{\mu_B}{T} = \frac{3\mu_q}{T} = \theta_R + i\theta_I$$

В решёточной КХД при  $\text{Re}\mu_B = 0$ ,  $\text{Im}\mu_B \neq 0$  используем формулу

$$Z_{GC}(\theta) = \int \mathbf{D}U e^{-S_G} (\det \mathcal{D}(\mu_B))^{N_f}$$

для того, чтобы найти плотность барионного числа  $\rho$  и,  $\implies$ , большую каноническую статсумму

$$\rho(\theta) = \frac{1}{V} \frac{\partial (T \ln Z_{GC})}{\partial \mu_B} \implies$$
$$Z_{GC}(\theta_I) |_{\theta_R=0} = \exp \left( V \int_0^{\theta_I} \rho(x) dx \right)$$

$$Z_{GC}(\theta) = \exp\left(\frac{p(\theta)V}{T}\right) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} z_C(n)e^{n\theta},$$

Обратное преобразование:

$$z_C(n) = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\theta_I}{2\pi} e^{-in\theta_I} Z_{GC}(\theta) \Big|_{\theta_R=0}.$$

$$\theta = \mu_B/T = \theta_R + i\theta_I, \quad \rho = \frac{1}{T} \frac{\partial p}{\partial \theta}$$

Распределение по барионному числу при  $\mu_B = 0$

$\mathbf{P}_n \equiv \mathcal{P}_n(\theta = 0)$  содержит всю информацию о  $\theta$ -зависимости:

$$\mathcal{P}_n(\theta) = \frac{Z_C(n)e^{n\theta}}{Z_{GC}(\theta)} = \mathbf{P}_n e^{n\theta} \frac{Z_{GC}(0)}{Z_{GC}(\theta)}$$

В настоящее время детально изучаются:

ЭКСП.:  $\kappa_n(\theta)$  при малых  $n$  вместо  $\mathcal{P}_n(\theta)$

ТЕОР.:  $\kappa_n$  при малых  $n$  вместо  $\mathbf{P}_n(\theta) \quad \forall n$

Моменты  $\mu_k$  и кумулянты  $\kappa_k$  распределения  $\mathbf{f}_n$  определяются формулами:

$$\mu_k = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \mathbf{f}_n n^k, \quad \ln \left( 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\mu_k}{k!} t^k \right) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\kappa_k}{k!} t^k$$

Кумулянты  $\kappa_{2n}$  распределения  $\mathbf{P}_n$  совпадают с коэффициентами разложения давления в ряд Тэйлора по  $\theta$ :

$$p(\theta) = p(0) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\kappa_{2n}}{(2n)!} \theta^{2n}$$

Из экспериментов обычно извлекают кумулянты  $\kappa_k$  распределения  $\mathcal{P}_n(\theta)$ .

Вероятности  $\mathcal{P}_n$  берутся из

- экспериментальных данных

$$\begin{aligned} N_{events} (\text{Net-Baryon Number} = n) &= \\ &= N_{events} (\text{Net-Proton Number} = 0.4n) \end{aligned}$$

- решёточных вычислений  
(плотности барионного числа при мнимых  $\mu_B$ )
- моделей сильно взаимодействующей материи  
— например, модель газа адронных резонансов (HRG) —

## Результаты решёточных вычислений

$$T > T_{RW}: \mathbf{P}_n \simeq \exp\left(-\frac{3n^2}{2VT^3}\right), \quad n \ll VT^3$$

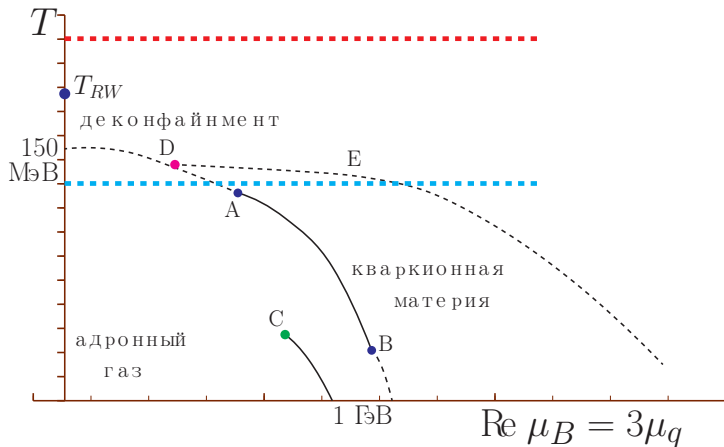
$$\mathbf{P}_n \simeq \exp\left(-\frac{9}{4} \sqrt[3]{\frac{3\pi^2 n^4}{VT^3}}\right), \quad \text{если } n \gg VT^3$$

$T < T_c$ : совпадение с предсказаниями HRG,

$$\mathbf{P}_n = e^{-A} I_n(A) \quad \Longrightarrow \quad A = 2\sqrt{b\bar{b}}$$

$(\bar{b})b$  - среднее число (анти)барионов в файрболе,  
 $I_n(A)$  – функция Инфельда

# Гипотетическая фазовая диаграмма КХД



$$\mathcal{P}_n(\theta) = \frac{Z_C(n)e^{n\theta}}{Z_{GC}(\theta)}$$
 вероятность того, что

барионный заряд при данных  $T$  и  $\mu_B$  равен  $n$ .

Из сохранения  $C$ -чётности следует, что  $Z_C(n) = Z_C(-n)$

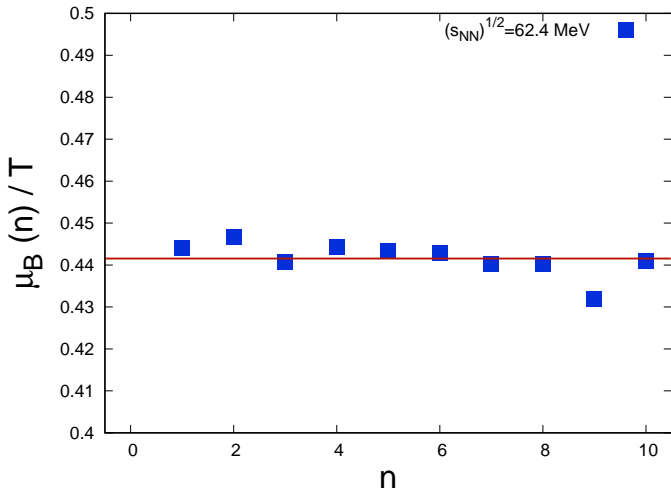
$$\Rightarrow \frac{\mathcal{P}_n}{\mathcal{P}_{-n}} = \xi^{2n} \quad \Rightarrow \quad \mu_B = \frac{T}{2n} \ln \left( \frac{\mathcal{P}_n}{\mathcal{P}_{-n}} \right)$$

- возможный способ измерения  $\mu_B$   
[A.Nakamura, K.Nagata 2013]
- критерий термодинамического равновесия:  
 $\mu_B$  измеренные при разных  $n$  совпадают

# STAR data



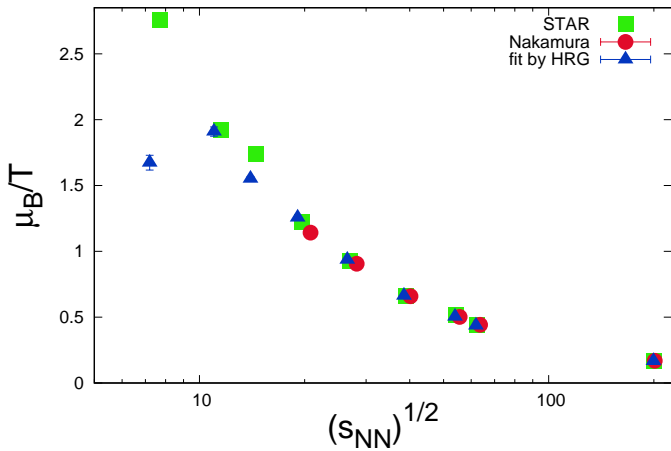
Phys.Rev.C104 (2021) 2,024902, Phys.Rev.C111 (2025) 2,029902 (erratum)  
<https://www.hepdata.net/record/ins1843941>



$\sqrt{s_{NN}}$ , ГэВ	STAR	Nagata et al.	Фит-функция HRG (распред. Скллама)
7.7	2.7581	—	1.673(56)
11.5	1.9210	—	1.909(35)
14.5	1.7414	—	1.551(17)
19.6	1.2216	1.142(33)	1.2559(68)
27.0	0.9290	0.9057(28)	0.9364(44)
39.0	0.6586	0.6588(10)	0.6623(12)
54.4	0.5187	0.5018(9)	0.5042(8)
62.4	0.4367	0.4415(13)	0.4360(16)
200.0	0.1704	0.1687(3)	0.1662(28)

$$: \mathcal{P}_n = \exp(\theta n - A \cosh(\theta)) I_n(A)$$

Оценки STAR основаны на модели статистической адронизации



При выполнении условия

$$\begin{aligned} N_{events} (\text{Net-Baryon Number} = n) &= \\ &= N_{events} (\text{Net-Proton Number} = 0.4n) \end{aligned}$$

барионный химпотенциал должен быть в 2,5 раза ниже полученного в модели статистической адронизации.

Michał Marczenko, Volker Koch, Krzysztof Redlich, Chihiro Sasaki, 2023:

флуктуации нуклонов с положительной чётностью (например, протонов) не отражают флуктуации полного суммарного барионного числа при киральном фазовом переходе.

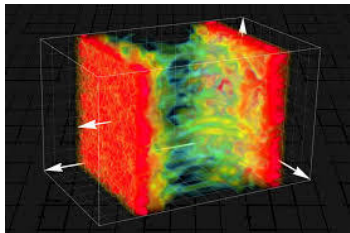
## Выводы:

- Распределения  $\mathbf{P}_n$  по барионному числу в решёточной КХД при  $T > T_{RW}$  (свободная теория) и при  $T < T_c$  (совпадение с предсказанием HRG).
- Барионный химпотенциал извлечён из данных коллаборации STAR по протонному числу.
- Линейная зависимость отношения вероятностей  $\mathcal{P}_n/\mathcal{P}_{-n}$  от  $n$  указывает на достижение файерболом термодинамического равновесия
- При выполнении условия

$$\begin{aligned} N_{events} (\text{Net-Baryon Number} = n) &= \\ &= N_{events} (\text{Net-Proton Number} = 0.4n) \end{aligned}$$

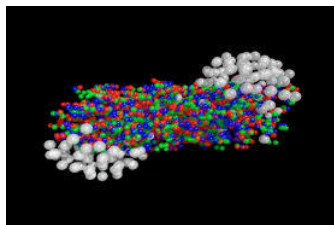
барионный химпотенциал должен быть в 2,5 раза ниже полученного в модели статистической адронизации.

## Два сценария термализации



1. Обмен сохраняющимися зарядами  $(B, Q, S)$  продолжается в течение всей эволюции файерболла (до вымерзания).

Подход на основе  $Z_{GC}(\mu, T, V)$  работает вплоть до  $T_{freezeout}$



2. Файербол сразу же после образования изолируется от остатков столкнувшихся ядер.

Только начало эволюции описывается  $Z_{GC}(\mu_{ini}, T, V)$ ,  $Z_C(n, T, V)$  фиксируются на начальном этапе.