

Рождение π -мезонов

в pn взаимодействиях при промежуточных энергиях

А.П. Иерусалимов, С.Г. Аракелян, А.В.Беляев, В.П.Ладыгин, Ю.А. Троян

ОИЯИ ЛФВЭ, Дубна

Содержание

1. Введение
 2. Эксперимент
 3. Рождение 2π в pn взаимодействиях
 4. Рождение 3π и 4π в pn взаимодействиях
 5. Рождение 5π и 6π в pn взаимодействиях
 6. Реакция $pn \rightarrow \Delta^{++} \Delta^{-}$
 7. Экзотические состояния
 8. Заключение
 9. Литература
- Приложения

1. Введение

Особый интерес в NN взаимодействиях при intermediate энергиях вызывает изучение возбуждённых состояний барионов с их последующим распадом :

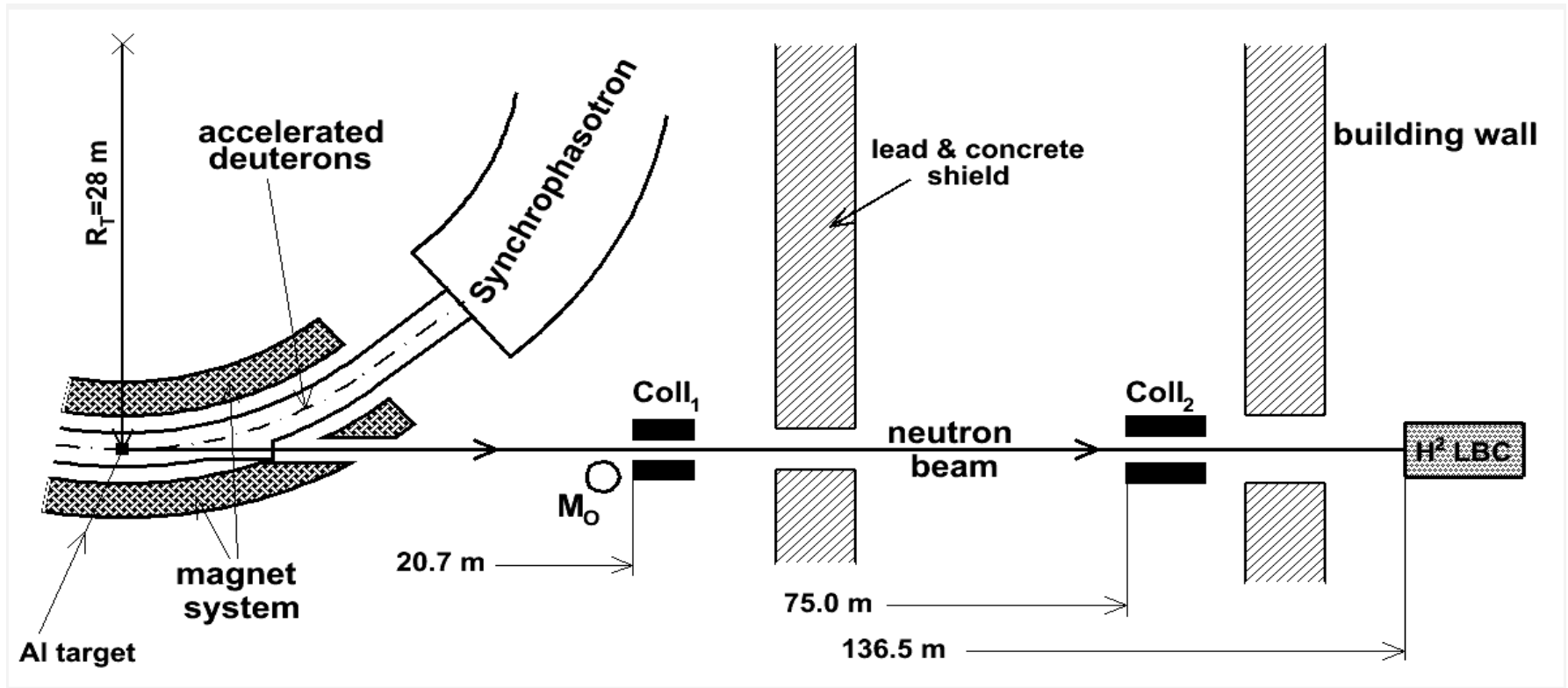
$$\Delta_{1232} \rightarrow N\pi, N^*_{1440} \rightarrow \Delta\pi, N^*_{1440} \rightarrow N\sigma, N^*_{1440} \rightarrow N\rho, \\ \Delta\Delta\text{-production.}$$

Исследования рождения π -мезонов в NN взаимодействиях является одним из способов получения информации относительно NN , πN , $\pi\pi N$ и $\pi\pi\pi$ состояний, включая:
дибарионы (включая $I=2$ в $pp\pi^+$),
дипионы (узкий σ -мезон, состояние с $I=2$),
пентакварки ($I=5/2$, $S=+1$).
“пропущенные” резонансы etc.

Важной задачей является проверка моделей рождения production π -мезонов в NN-взаимодействиях:

- ◆ **Valencia** модель^[10]
- ◆ **Xu Cao** модель^[11]
- ◆ **(OPER+OBE)** модель^[3-6,7], предложенная в ИТЭФ и развитая в ОИЯИ

2. Эксперимент: изучение неупругих пр взаимодействий на синхрофазотроне ЛВЭ ОИЯИ

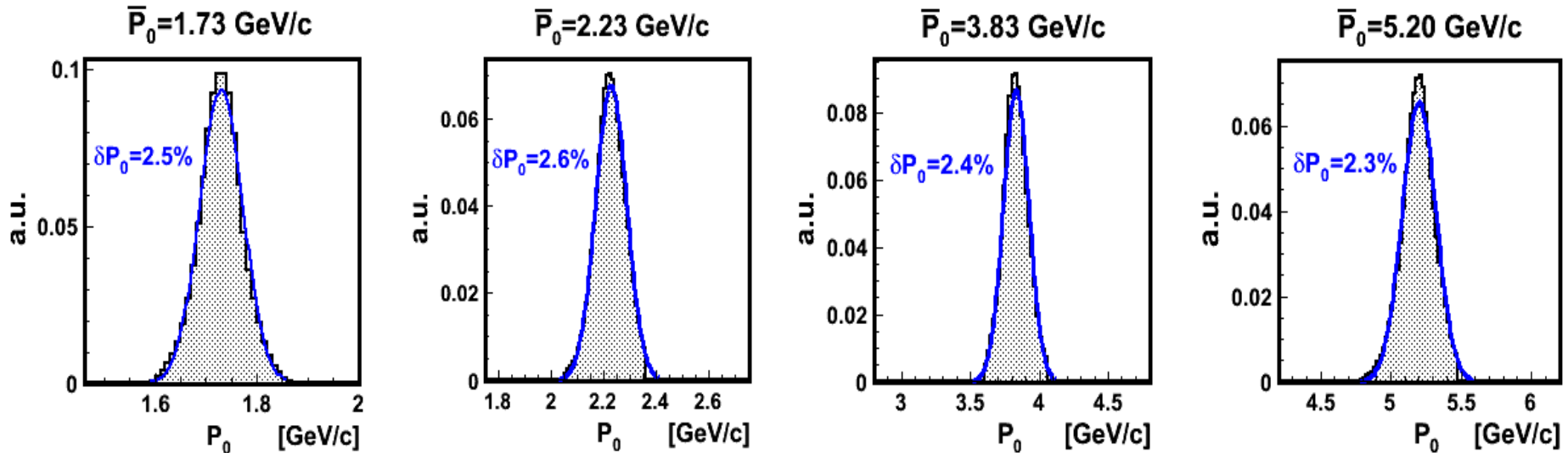


Получены уникальные по полноте и точности данные.

Это позволяет детально исследовать неупругие пр взаимодействия в широком диапазоне энергий

● Квазимонохроматический нейтронный канал: $\delta P \approx 2.5\%$,

$P_0 = 1.73, 2.23, 3.83, 4.42$ and 5.20 ГэВ/с,
4 π геометрия.



Реакции с рождением от 2 до 6 π -мезонов в конечном состоянии исследовались при указанных выше импульсах.

Разделение каналов реакций проводилось по стандартной χ^2 -процедуре

Исследование рождения π -мезонов в пр-взаимодействиях проводилось в ЛФВЭ ОИЯИ.

Изучались следующие реакции:

- $np \rightarrow np$ (pn)
- $np \rightarrow pp\pi^-$
- $np \rightarrow pp\pi^-\pi^0$
- $np \rightarrow np\pi^+\pi^-$
- $np \rightarrow d\pi^+\pi^-$ (наблюдались ABC и DEF аномалии)
- $np \rightarrow pp\pi^+\pi^-\pi^-$
- $np \rightarrow pp\pi^+\pi^-\pi^-\pi^0$ (наблюдались η^0 - и ω^0 -мезоны)
- $np \rightarrow np\pi^+\pi^+\pi^-\pi^-$
- $np \rightarrow pp\pi^+\pi^+\pi^-\pi^-\pi^-$
- $np \rightarrow pp\pi^+\pi^+\pi^-\pi^-\pi^-\pi^0$ (статистика мала)
- $np \rightarrow np\pi^+\pi^+\pi^+\pi^-\pi^-\pi^-$ (статистика мала) ,

использовалась N^2 мишень и чистый нейтронный пучок ($\delta P_n \approx 2.5\%$).

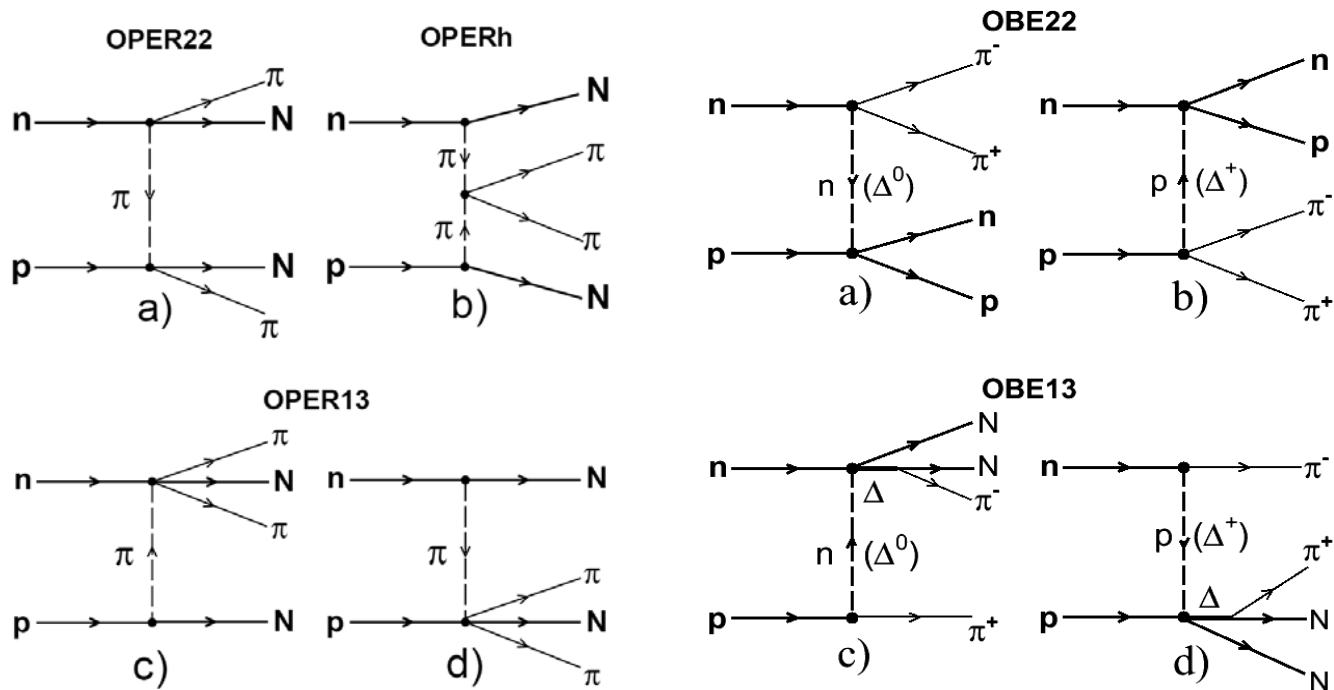
Детальные исследования проводились при $P_0 = 1.25, 1.43, 1.73, 2.23, 3.83, 4.42$ и 5.20 ГэВ/с.

3. Рождение 2π-мезонов в NN взаимодействиях

Реакция



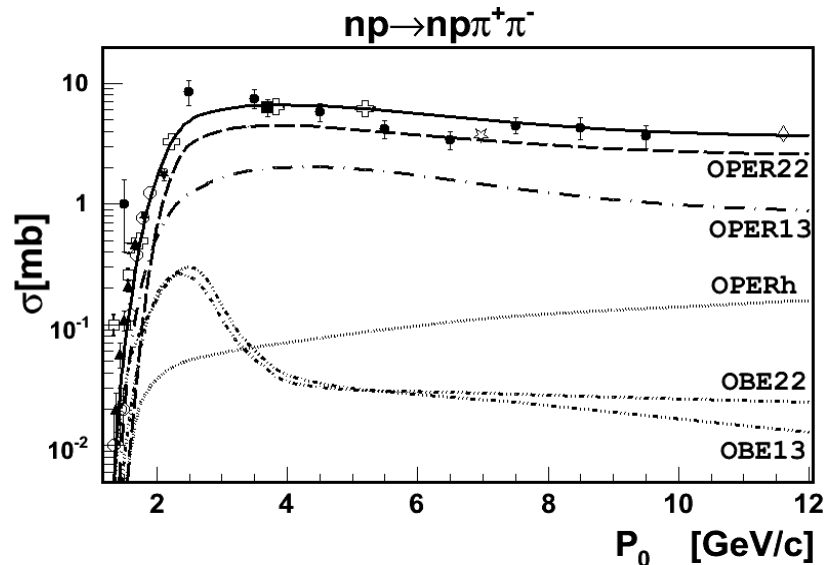
Диаграммы: →

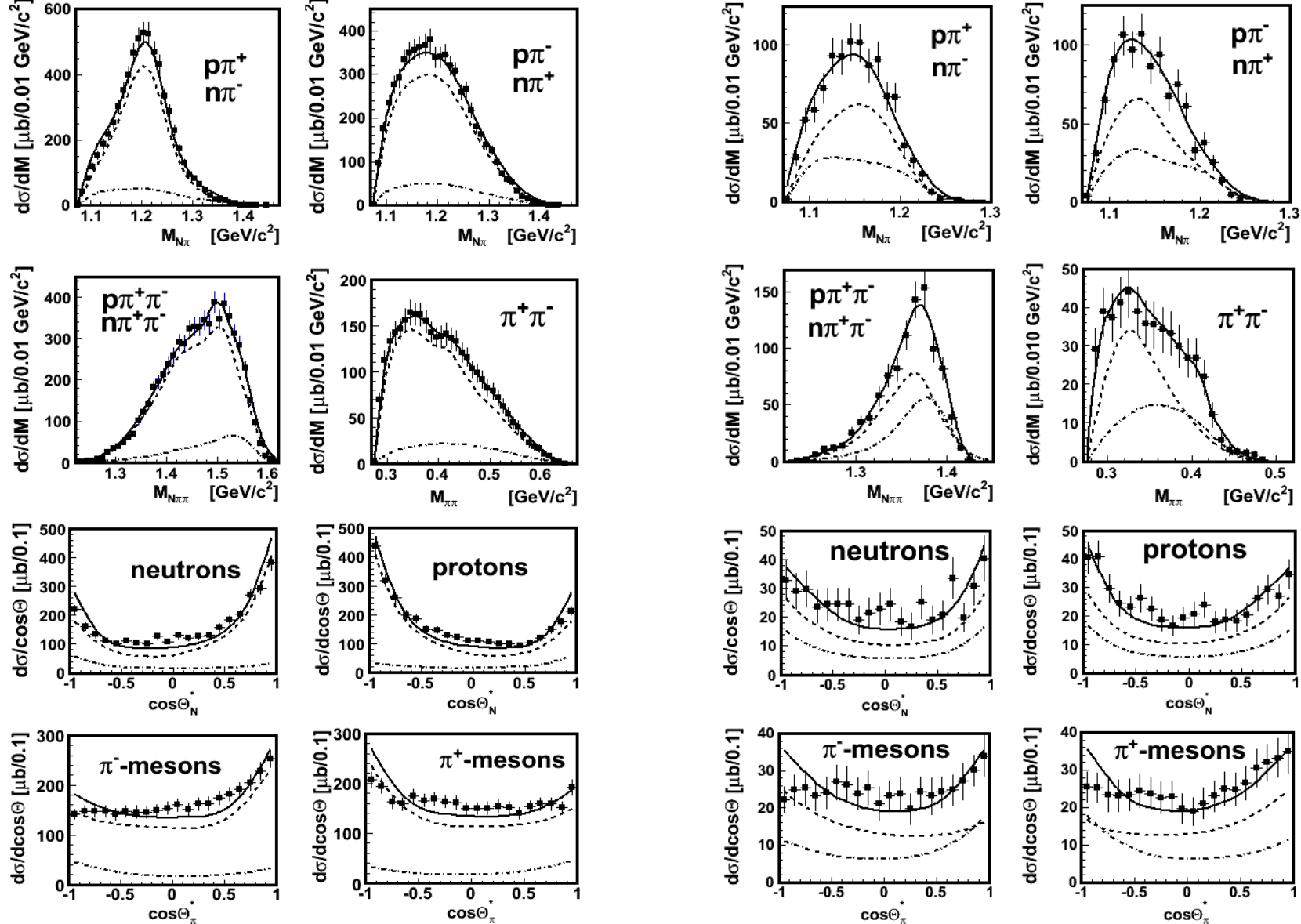


Поперечные сечения

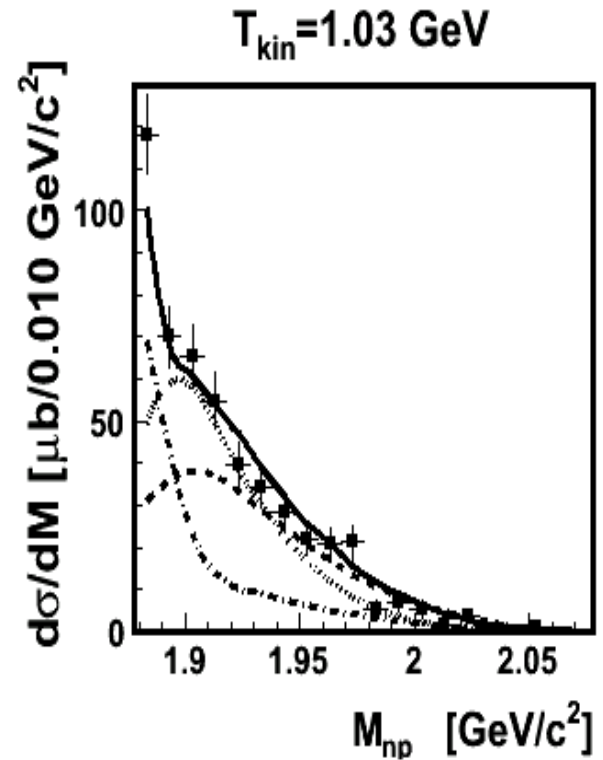
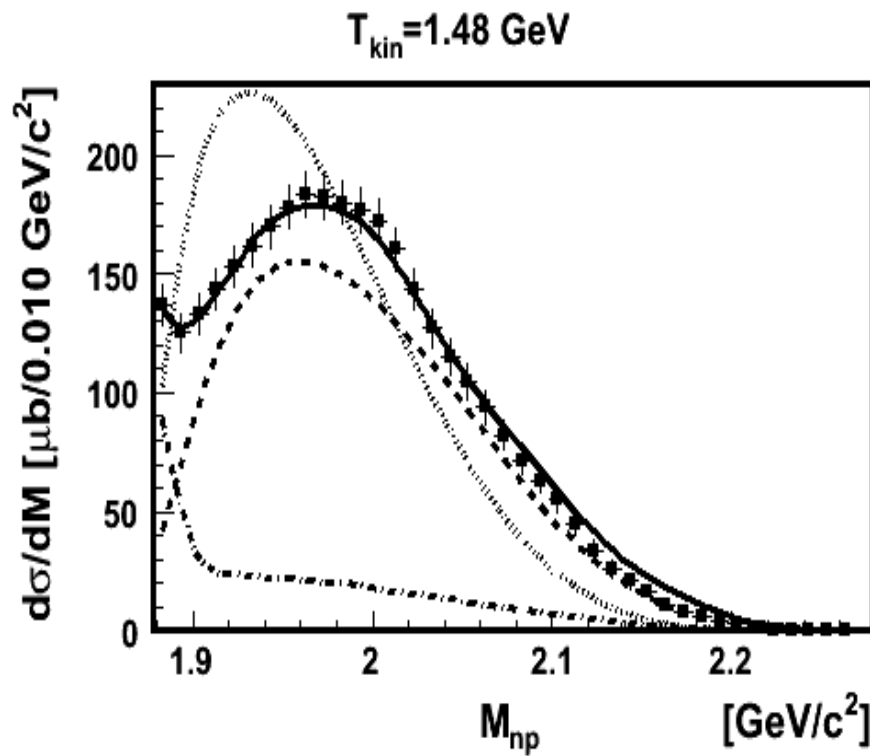
и вклады диаграмм (в %)

P_0 (GeV/c)	1.73	2.23	3.83	5.20
σ (mb)	0.50 ± 0.04	3.30 ± 0.18	6.46 ± 0.32	6.22 ± 0.28
OPER22	14.2	55.5	67.6	65.4
OPER13	45.3	27.6	30.2	32.4
OPERh	4.9	1.3	0.9	1.4
OBE22	23.3	8.0	0.6	0.4
OBE13	14.2	7.9	0.7	0.5





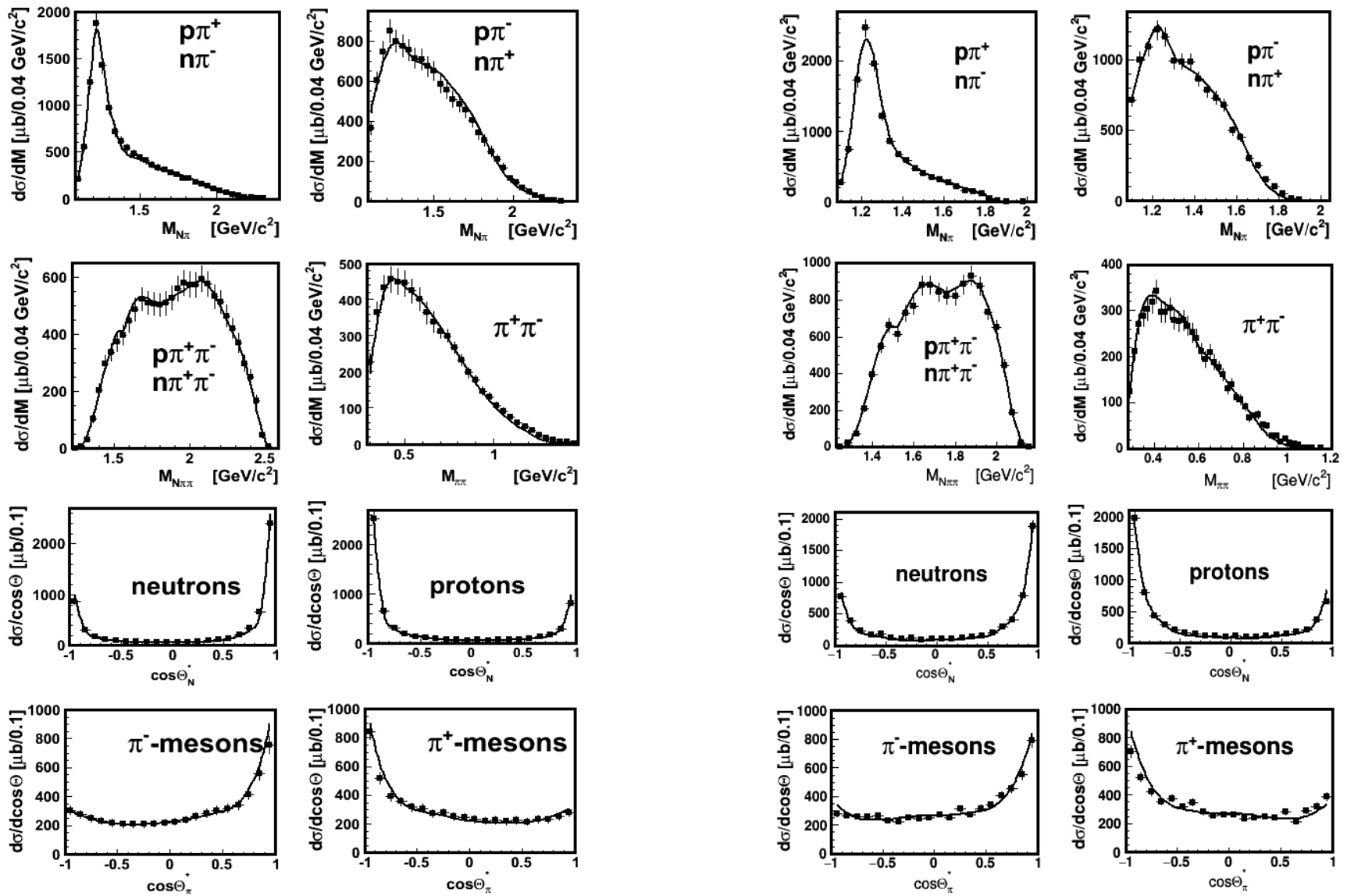
Распределения из реакции $pr \rightarrow pr\pi^+\pi^-$ ^[12]
 при $P_0=2.23$ ГэВ/с (левая панель) и при $P_0=1.73$ ГэВ/с (правая панель)



Распределения по M_{np} из реакции $np \rightarrow n\pi^+\pi^-$ [12]
 при $P_0 = 2.23 \text{ ГэВ/с}$ (левая панель) и при $P_0 = 1.73 \text{ ГэВ/с}$ (правая панель)

- Total (OPER + OBE)
- .-.-.-.- OPER
- OBE

Valencia модель (нормализация на фактор 2.5 для $T_{\text{kin}} = 1.0 \text{ ГэВ}$
 и 1.9 для $T_{\text{kin}} = 1.5 \text{ ГэВ}$)

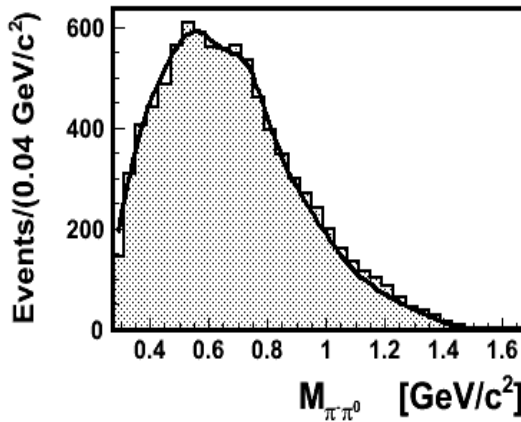
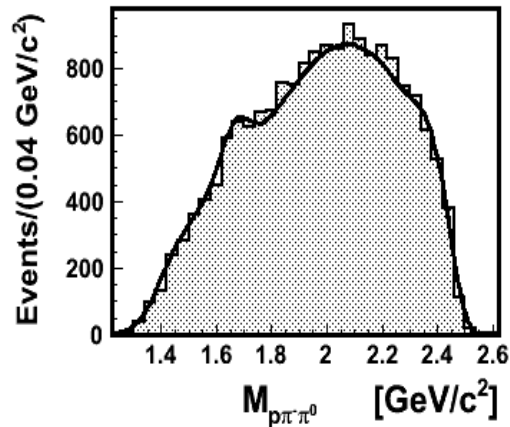
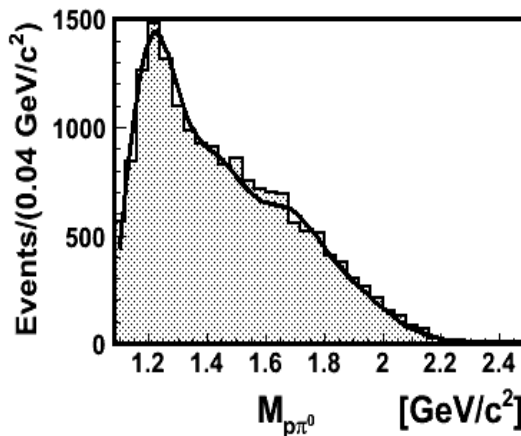
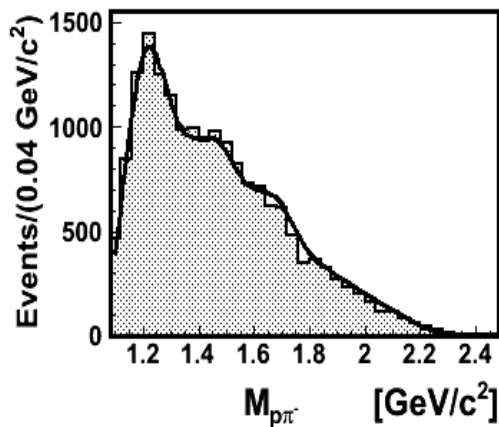


Распределения из реакции $np \rightarrow n\pi^+\pi^-$
при $P_0=5.20$ ГэВ/с (левая панель) и $P_0=3.83$ ГэВ/с (правая панель)

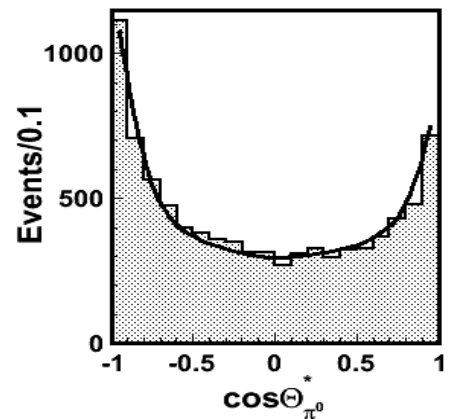
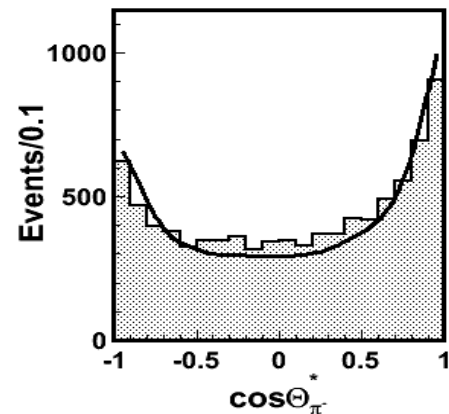
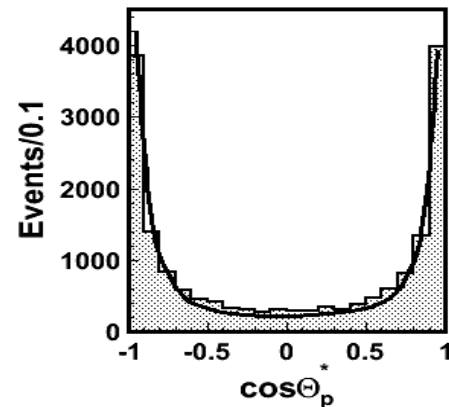
Массовые и угловые спектры из реакции

$np \rightarrow pp\pi^- \pi^0$ при $P_0=5.20$ ГэВ/с

$P_0=5.20$ GeV/c



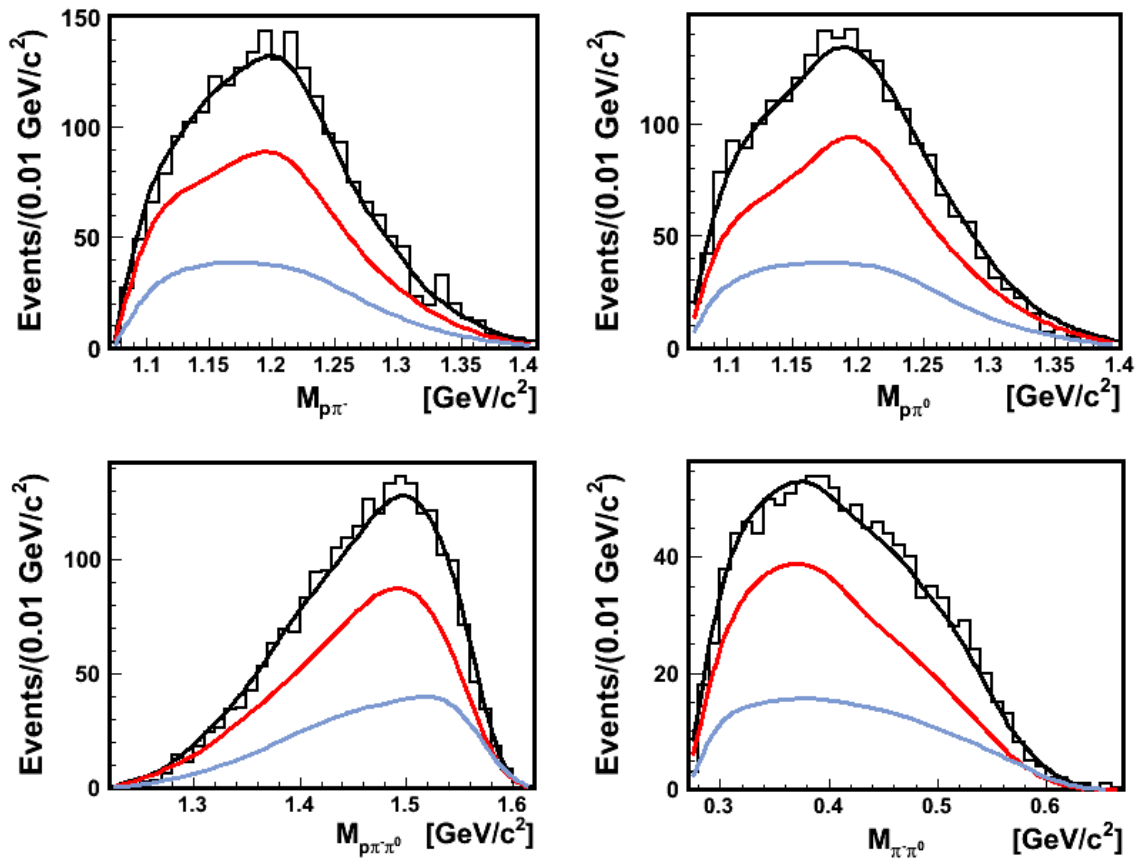
$P_0=5.20$ GeV/c



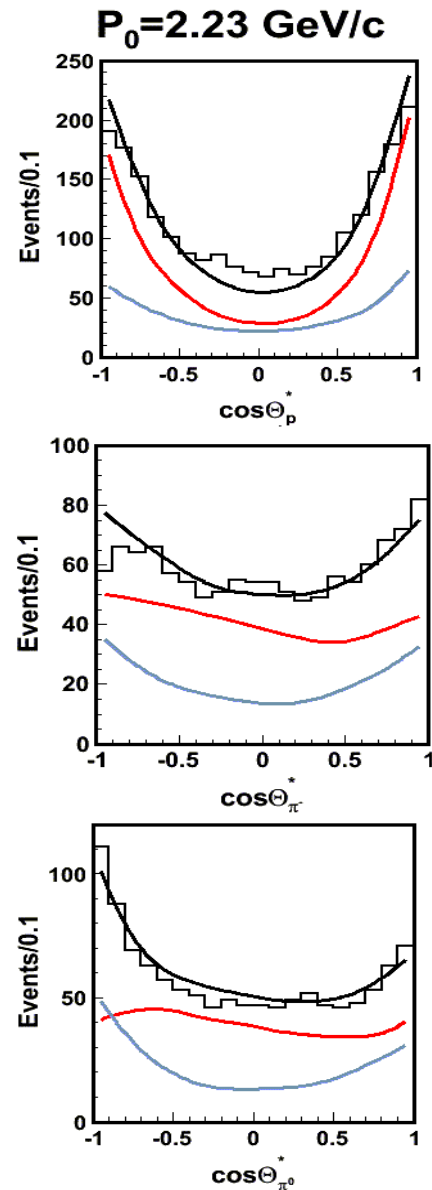
Массовые и угловые спектры

из реакции $np \rightarrow p\rho\pi^- \pi^0$ при $P_0=2.23$ ГэВ/с

$P_0=2.23$ GeV/c



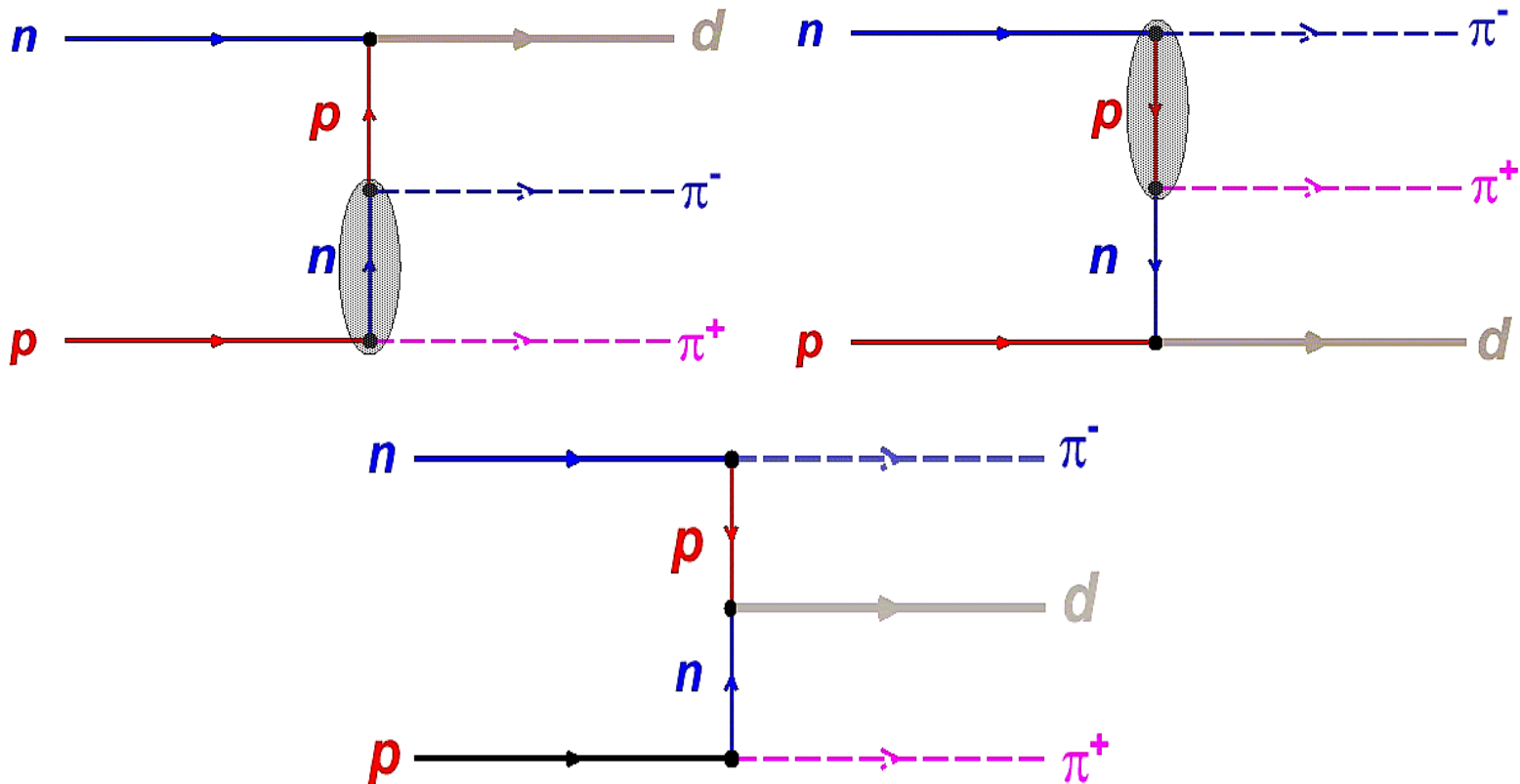
- Total
- OPER
- OBE

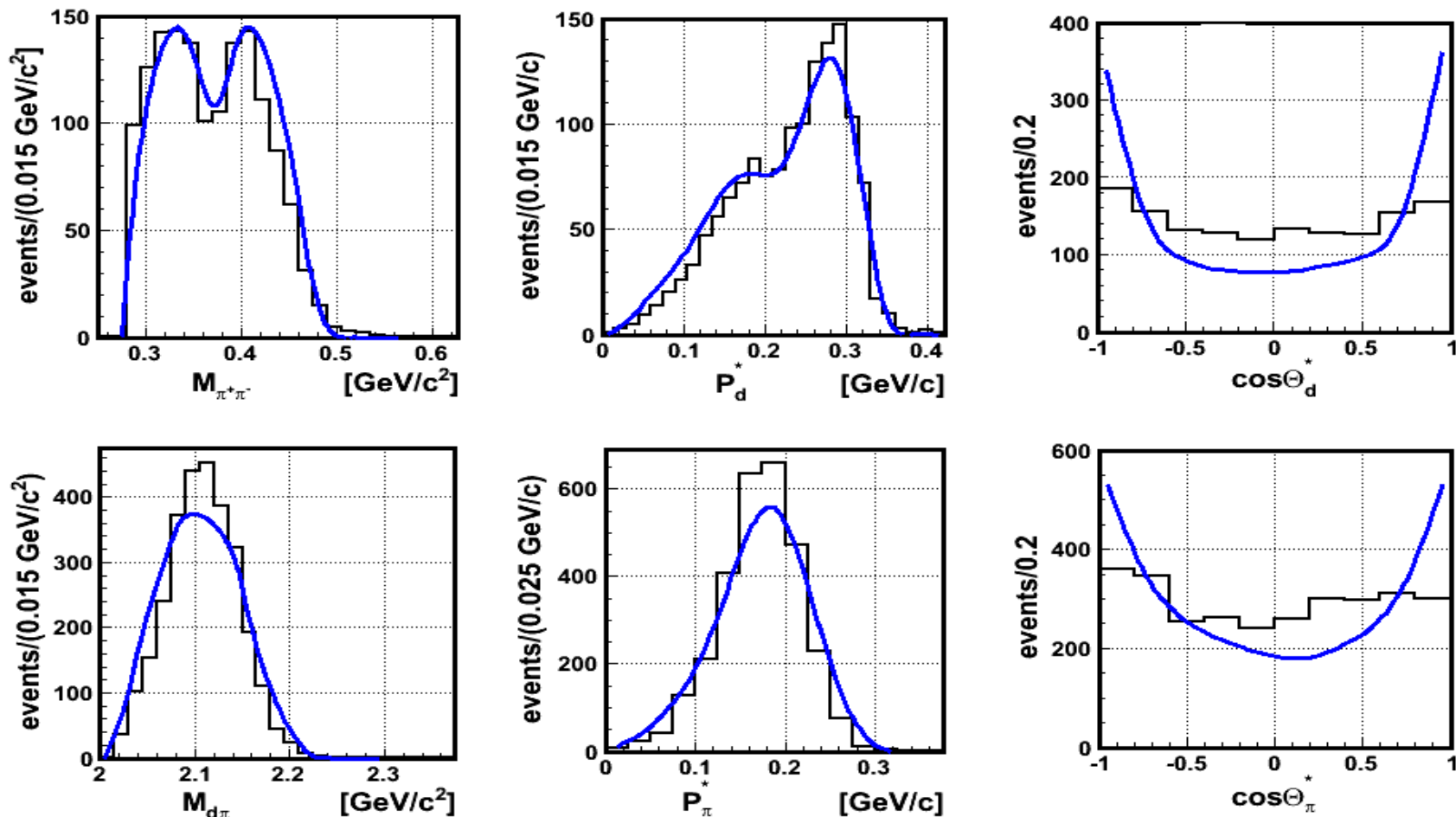


Реакция $np \rightarrow d\pi^+ \pi^-$

Экспериментальные результаты при $P_0=1.73$ и 2.23 ГэВ/с
опубликованы в ^[13]

Резонно принять во внимание следующие **ОВЕ** диаграммы
для описания экспериментальных данных:

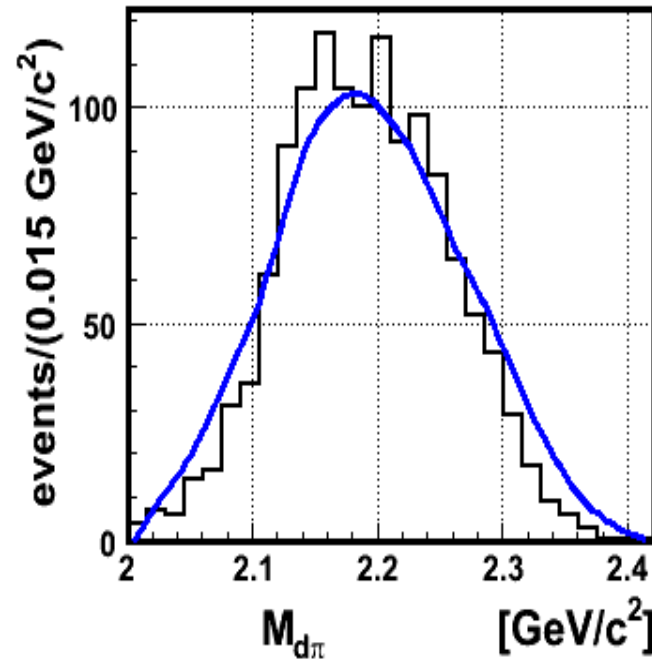
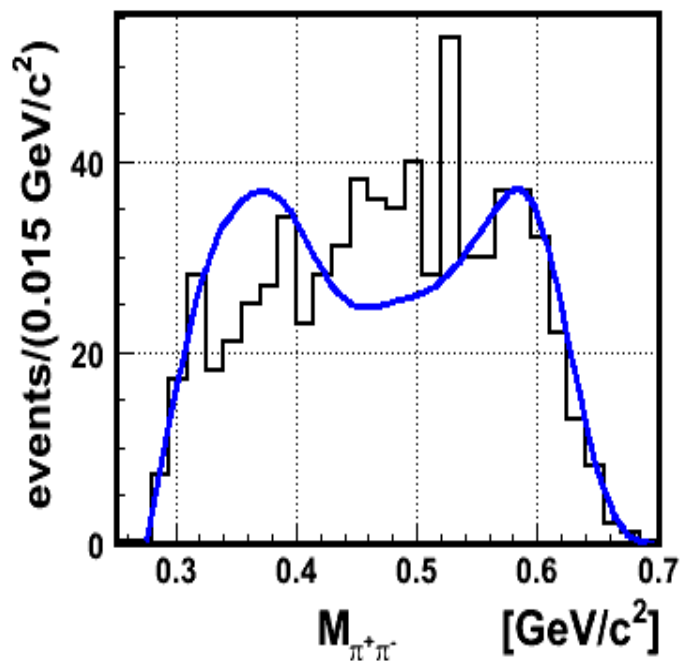




Распределения из реакции $pr \rightarrow d \pi^+ \pi^-$ при $P_0=1.73$ ГэВ/с.

Сплошная линия – расчёты по ОВЕ-модели.

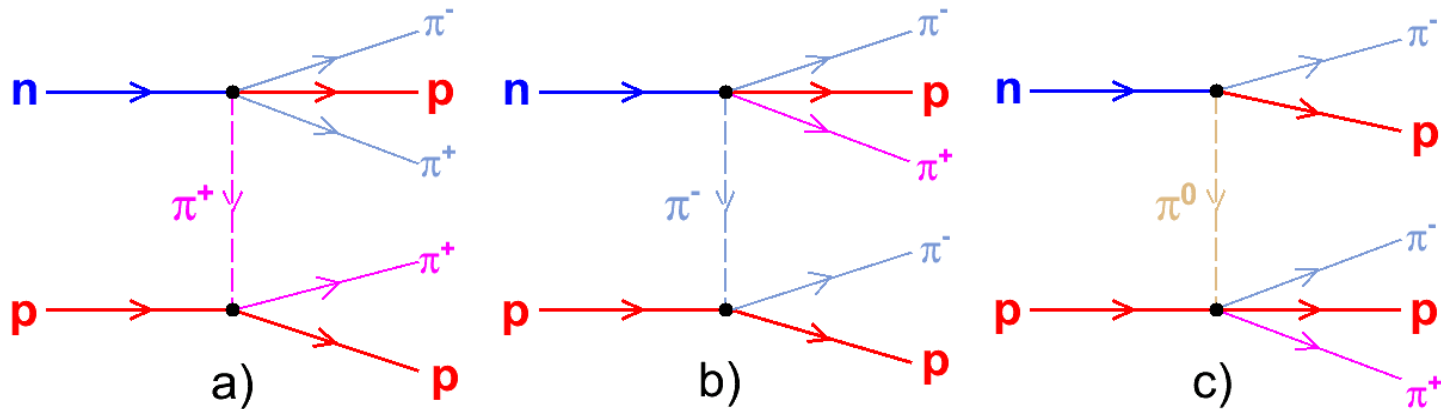
Видны ABC и DEF аномалии в спектре масс 2π -мезонов .



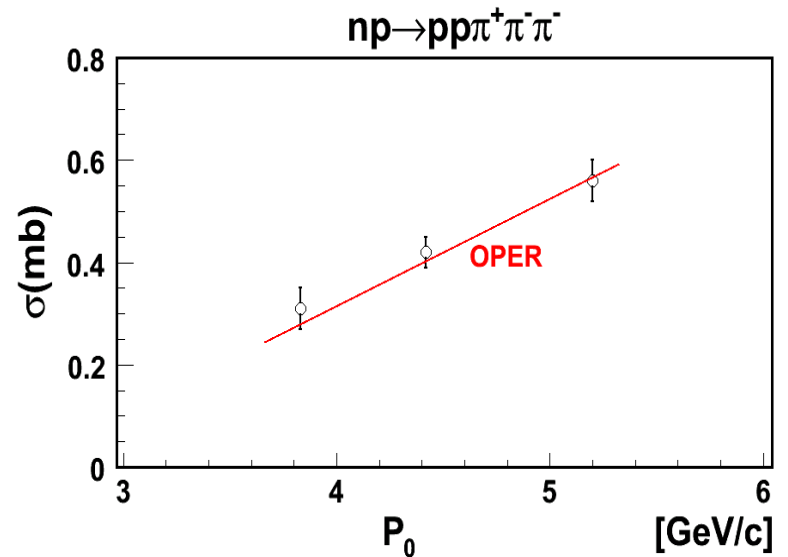
Распределения из реакции $np \rightarrow d \pi^+ \pi^-$ при $P_0=2.23$ ГэВ/с.
Сплошная линия – расчёты по ОВЕ-модели.

4. Рождение 3π- и 4π-мезонов в пр взаимодействиях

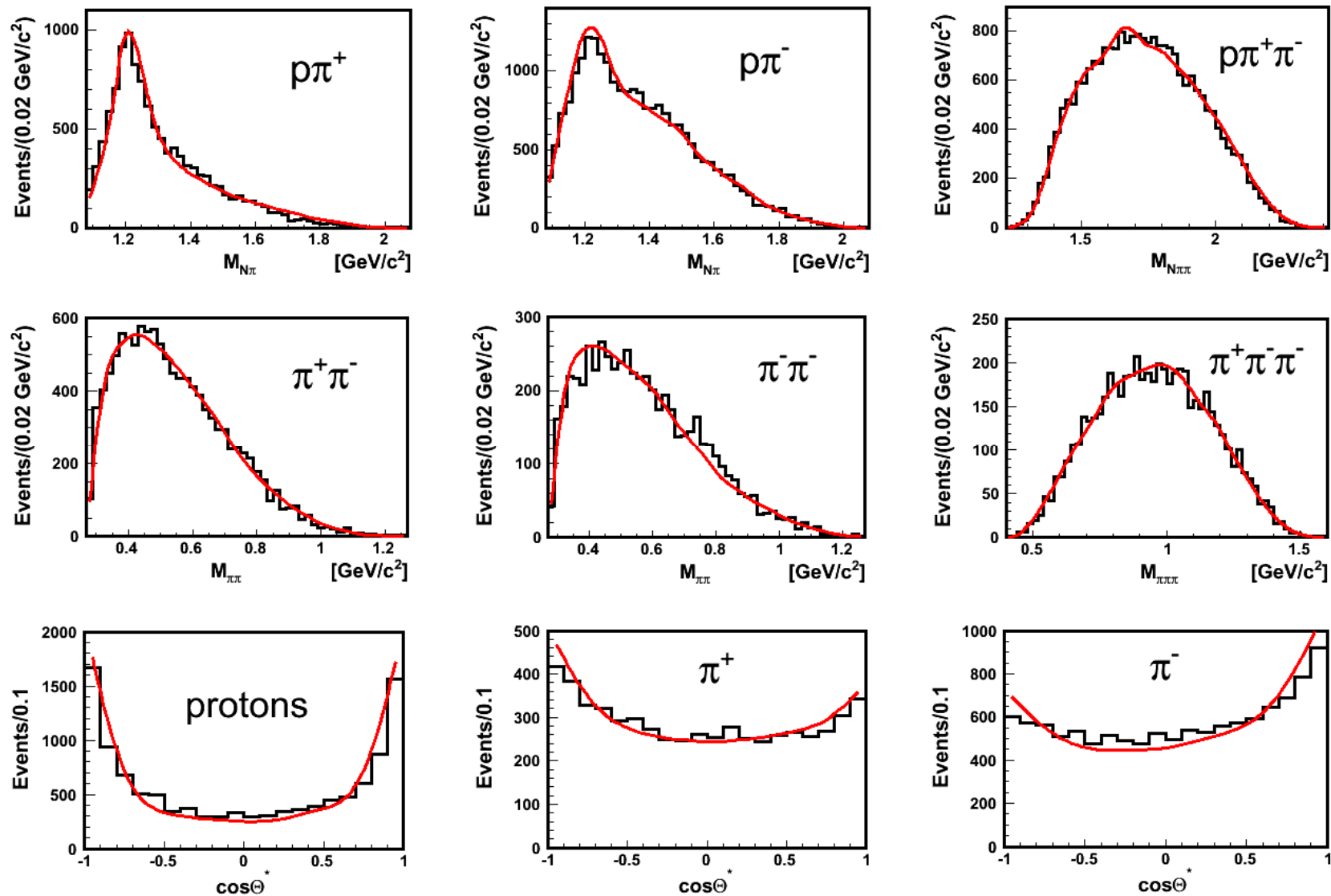
- Реакция $np \rightarrow pp\pi^+\pi^-\pi^-$



$$M_{32} = T_{\pi N \rightarrow \pi \pi N}^{up} \frac{F_{32}(s, t, s_{p\pi\pi}, s_{p\pi}, \dots)}{(t - m_\pi^2)} T_{\pi N \rightarrow \pi N}^{down} \rightarrow$$



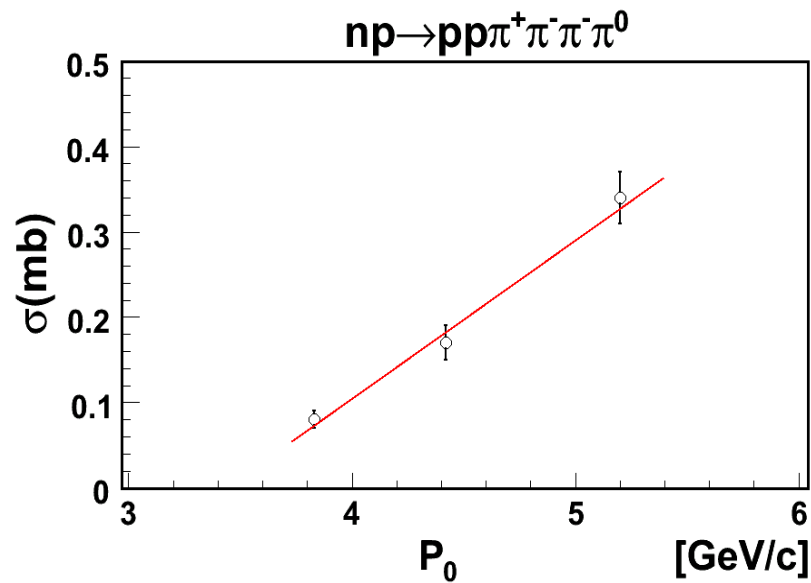
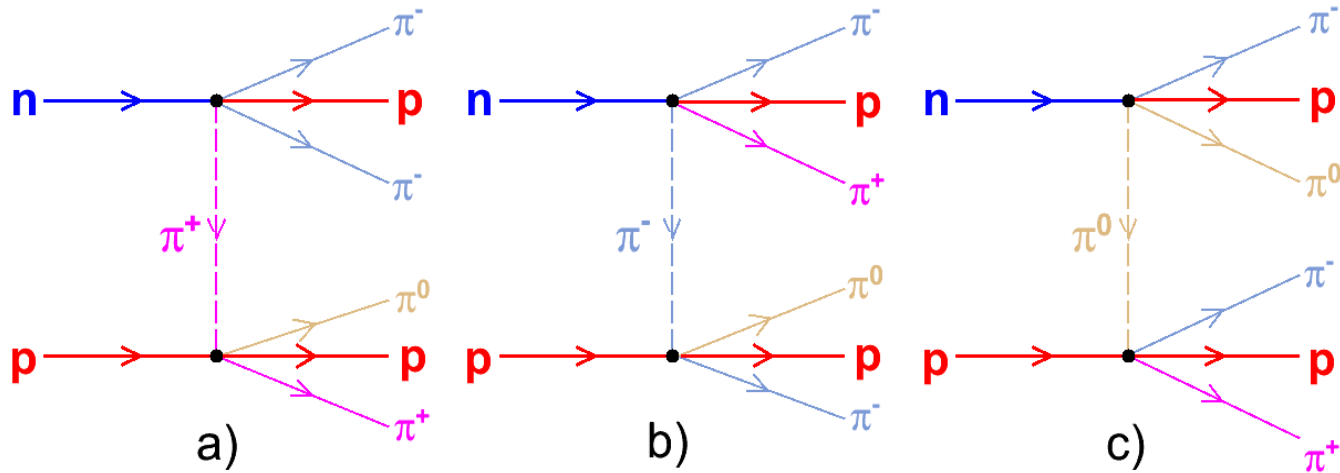
Поперечные сечения реакции $np \rightarrow pp\pi^+\pi^-\pi^-$ vs импульса налетающего нейтрона.



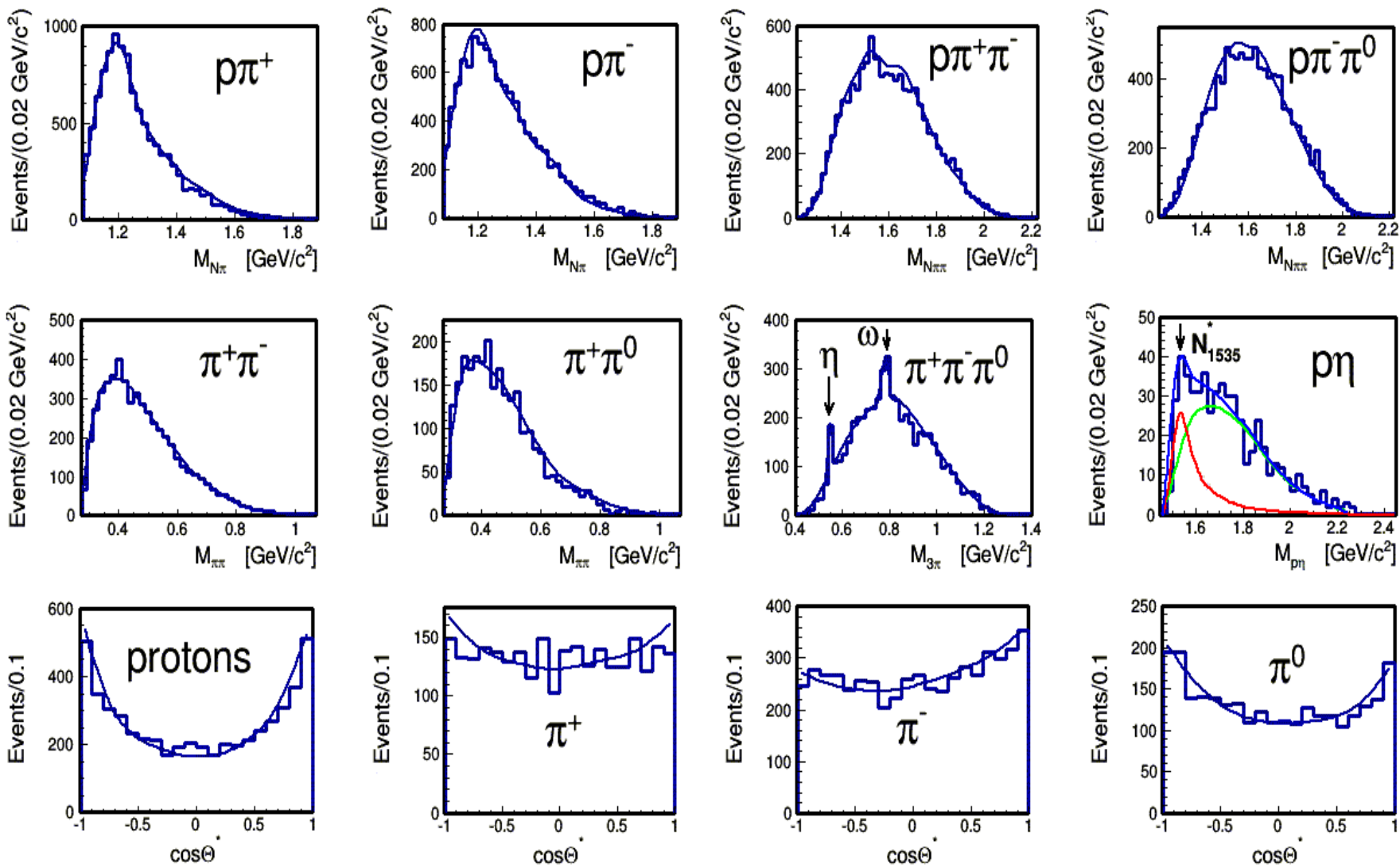
Распределения из реакции $np \rightarrow \rho p \pi^+ \pi^- \pi^-$ при $P_0=5.20$ ГэВ/с.

Красная линия – расчёты по OPER-модели.

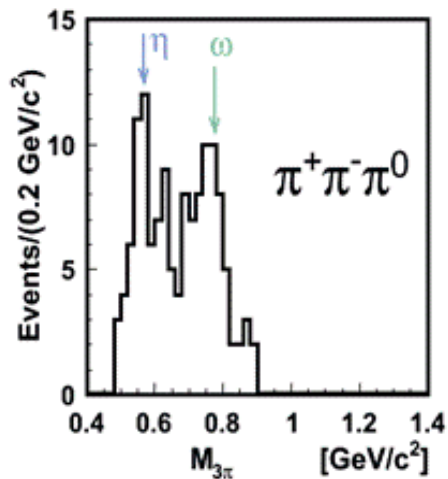
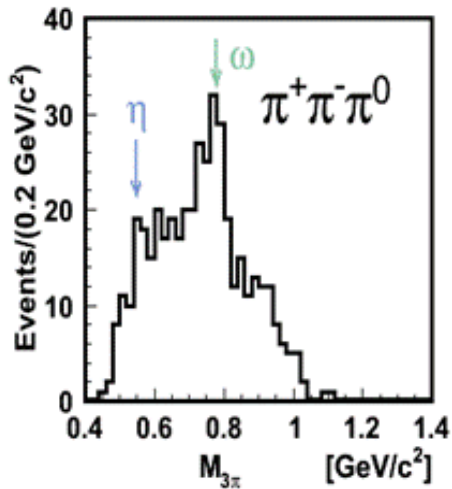
• Реакция $np \rightarrow prp\pi^+\pi^-\pi^-\pi^0$



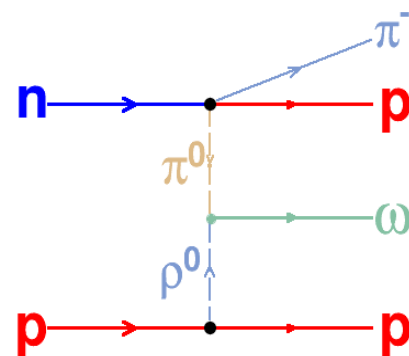
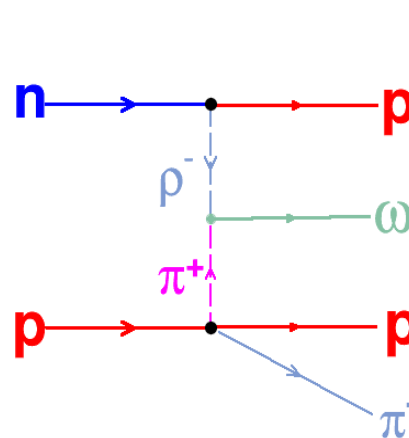
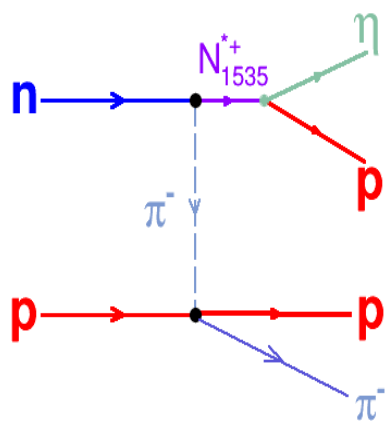
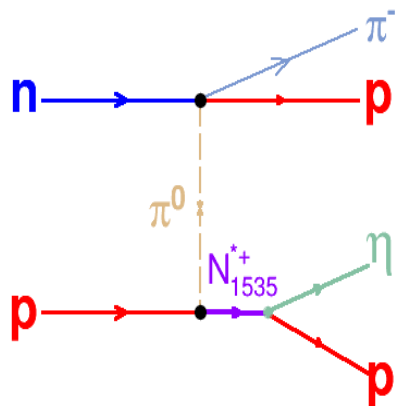
Поперечные сечения реакции $np \rightarrow prp\pi^+\pi^-\pi^-\pi^0$ vs импульса налетающего нейтрона.



Распределения из реакции $np \rightarrow rp\pi^+\pi^-\pi^0$ при $P_0=5.20$ ГэВ/с.
 Сплошная линия – расчёты по OPER-модели.



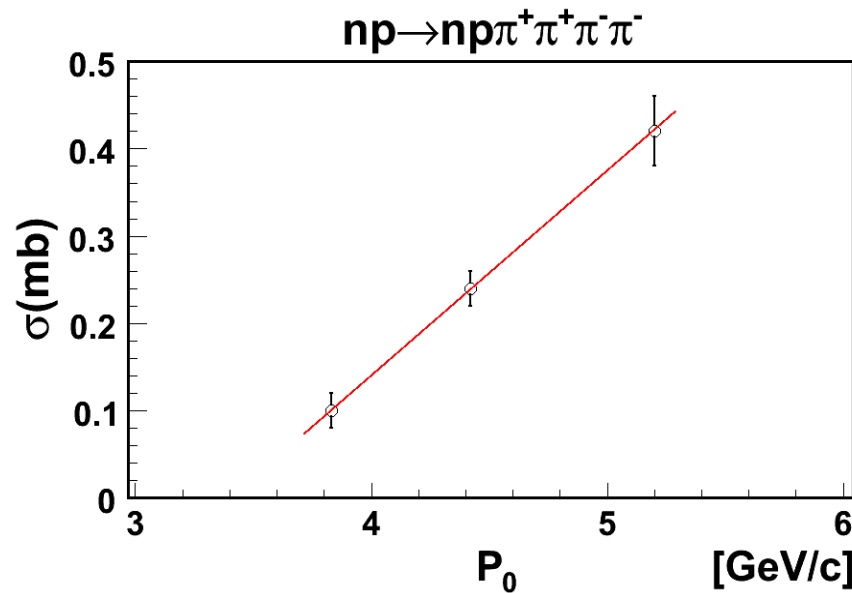
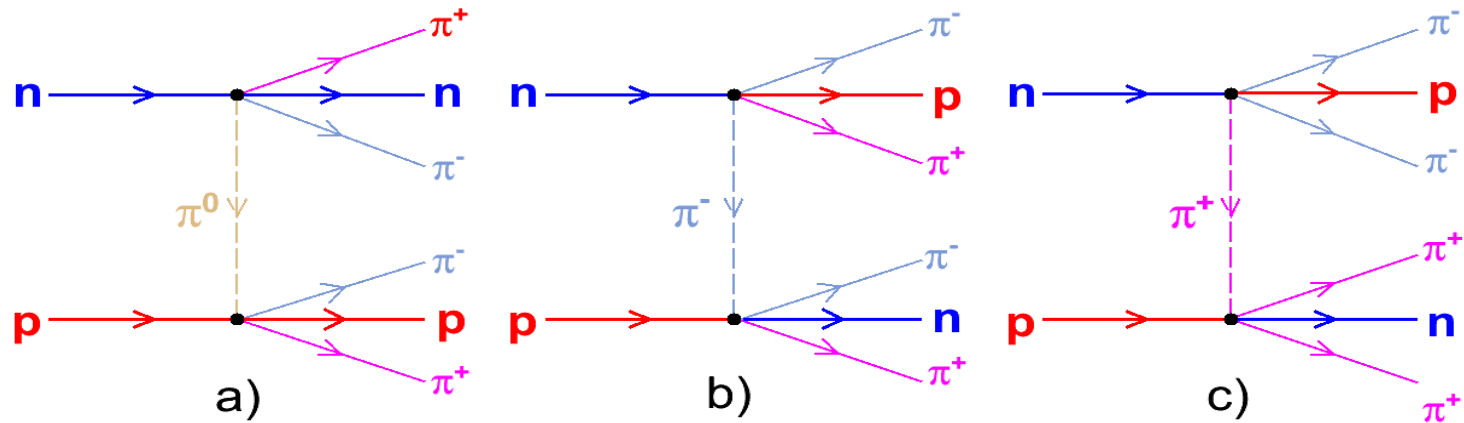
Распределения по $M_{\pi^+\pi^-\pi^0}$
 для реакции $nr \rightarrow rrp^+\pi^-\pi^0$
 при $P_0=4.42$ ГэВ/с (левая панель)
 и при $P_0=3.83$ ГэВ/с (правая панель).



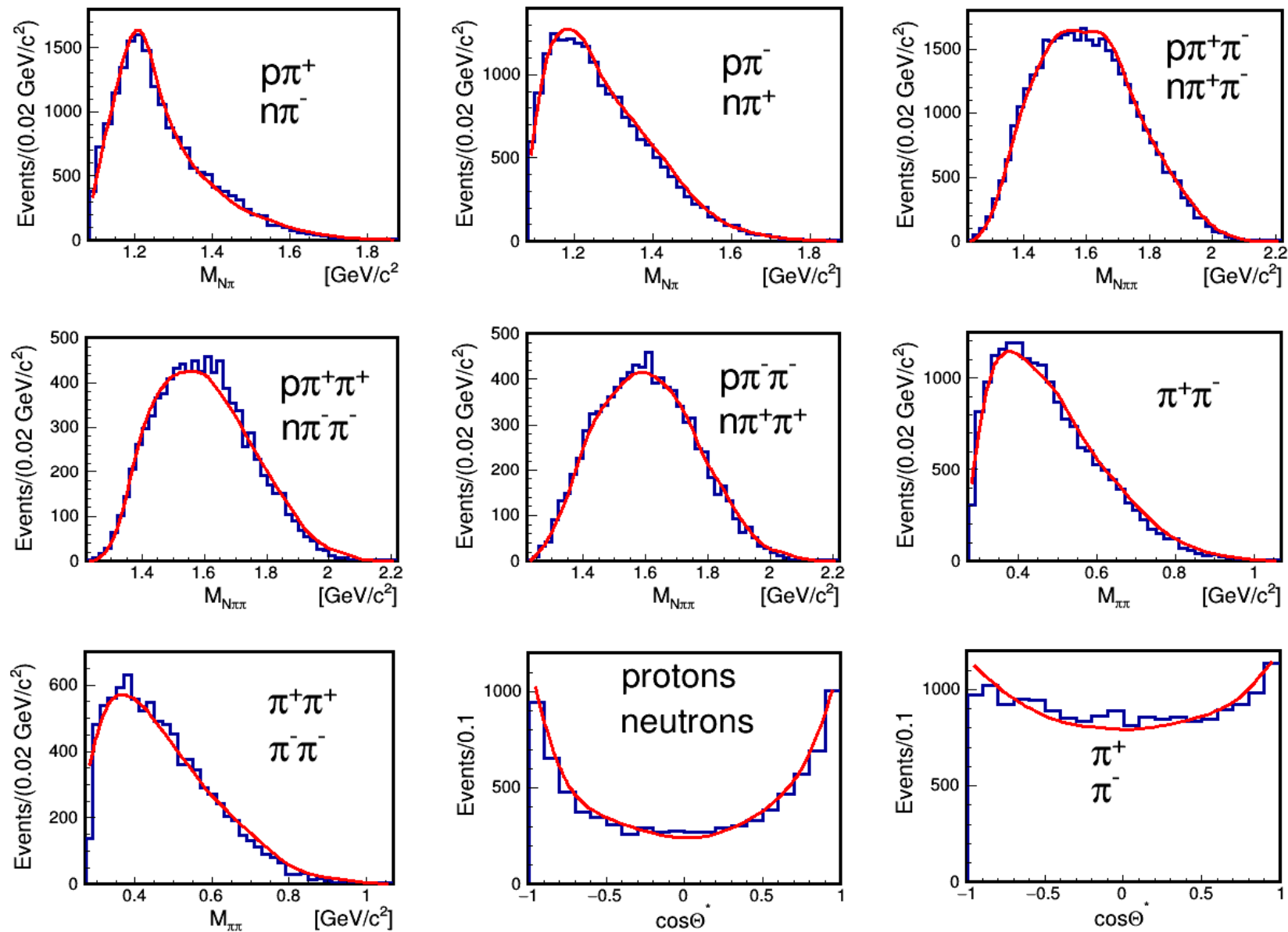
Сечения рождения η - и ω -мезонов при $P_0=5.20$ ГэВ/с :

$$\sigma_{\eta}=(13 \pm 2) \text{ мкб} \quad \text{и} \quad \sigma_{\omega}=(18 \pm 3) \text{ мкб}$$

● Реакция $np \rightarrow np \pi^+ \pi^+ \pi^- \pi^-$

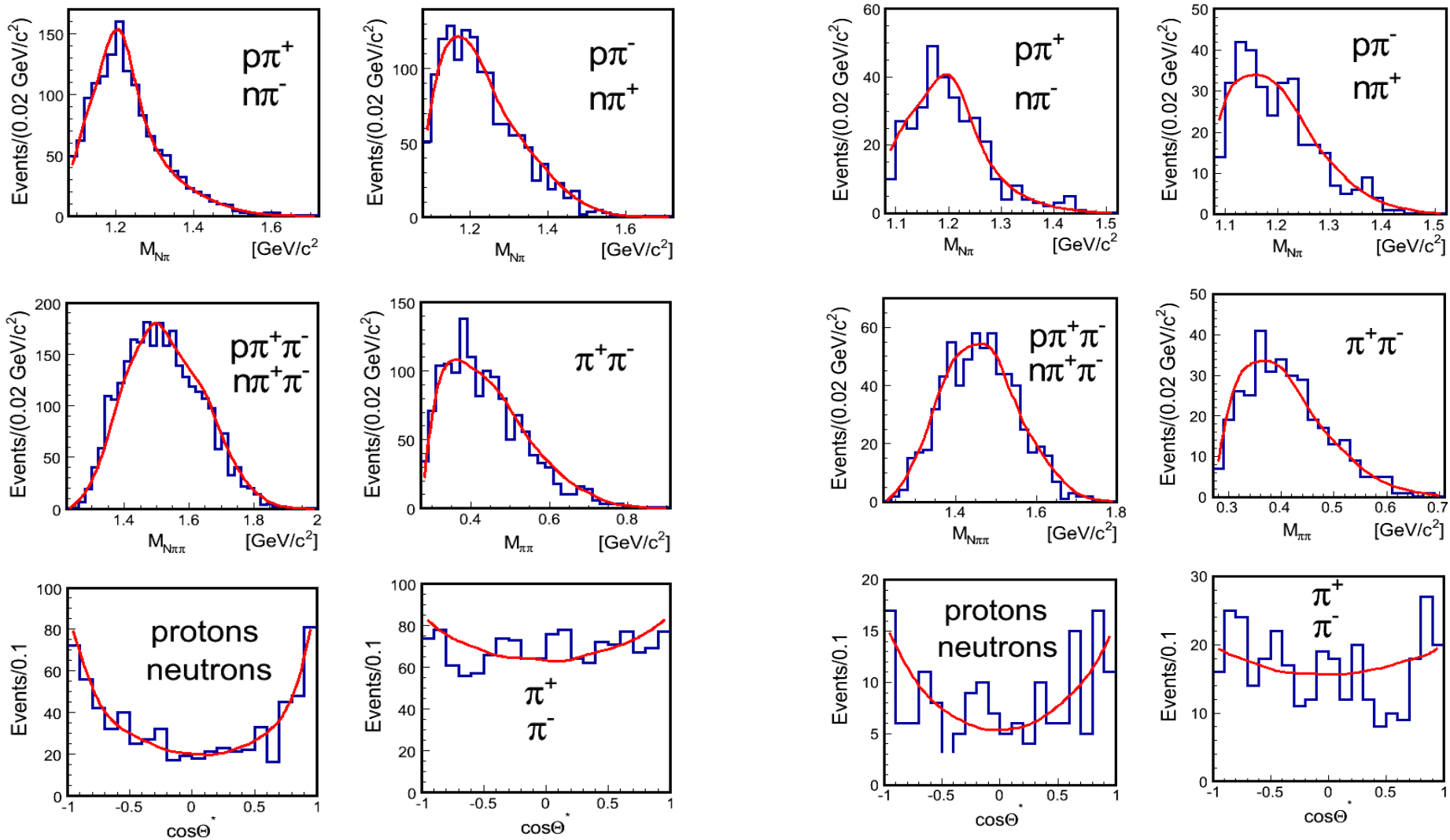


Поперечные сечения реакции $np \rightarrow np \pi^+ \pi^+ \pi^- \pi^-$ vs импульса налетающего нейтрона. .



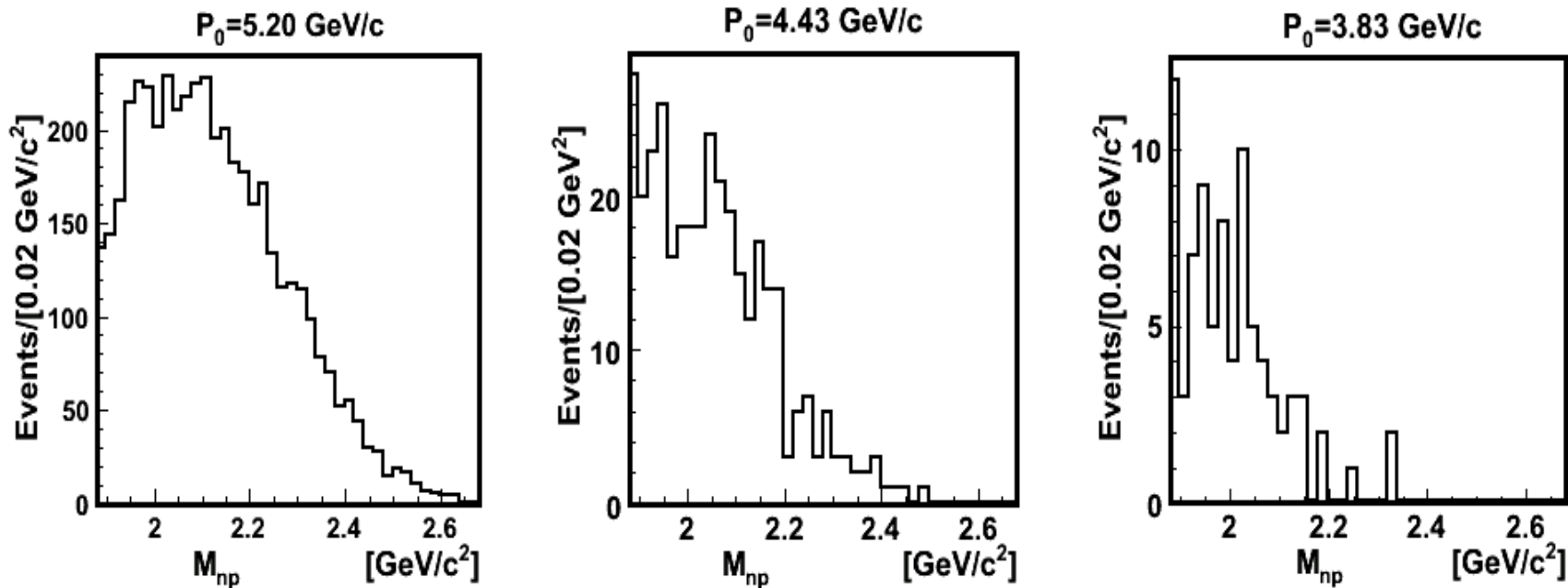
Распределения из реакции $pr \rightarrow pr \pi^+ \pi^+ \pi^- \pi^-$ при $P_0 = 5.20$ ГэВ/с.

Красная линия – расчёты по OPER-модели.



Распределения из реакции $pr \rightarrow pr \pi^+ \pi^+ \pi^- \pi^-$
 при $P_0=4.42$ ГэВ/с (левая панель) и при $P_0=3.83$ ГэВ/с (правая панель).

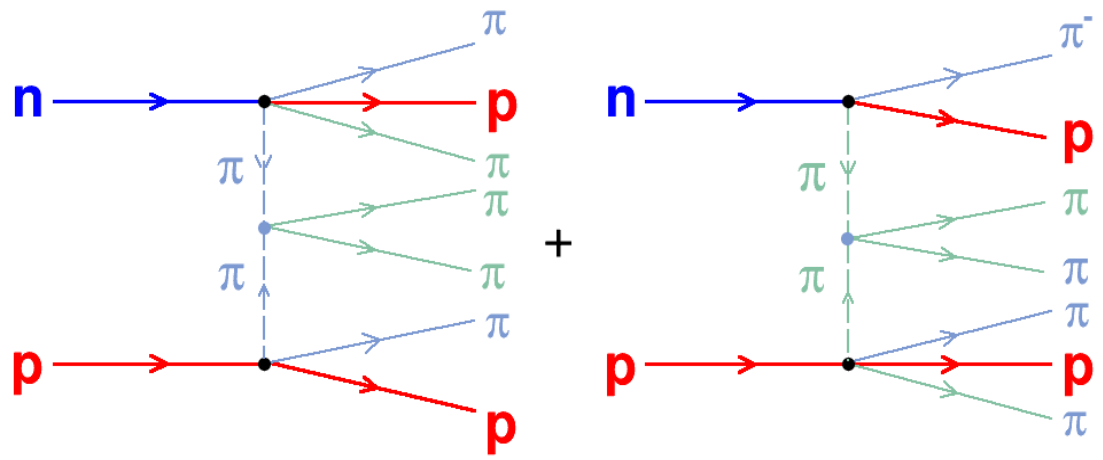
Красная линия – расчёты по OPER-модели.



Распределения по массам np комбинаций из реакции $np \rightarrow np \pi^+ \pi^+ \pi^- \pi^-$
 при $P_0=5.20$ ГэВ/с, $P_0=4.42$ ГэВ/с и $P_0=3.83$ ГэВ/с.

5. Рождение 5π- и 6π-мезонов в пр взаимодействиях

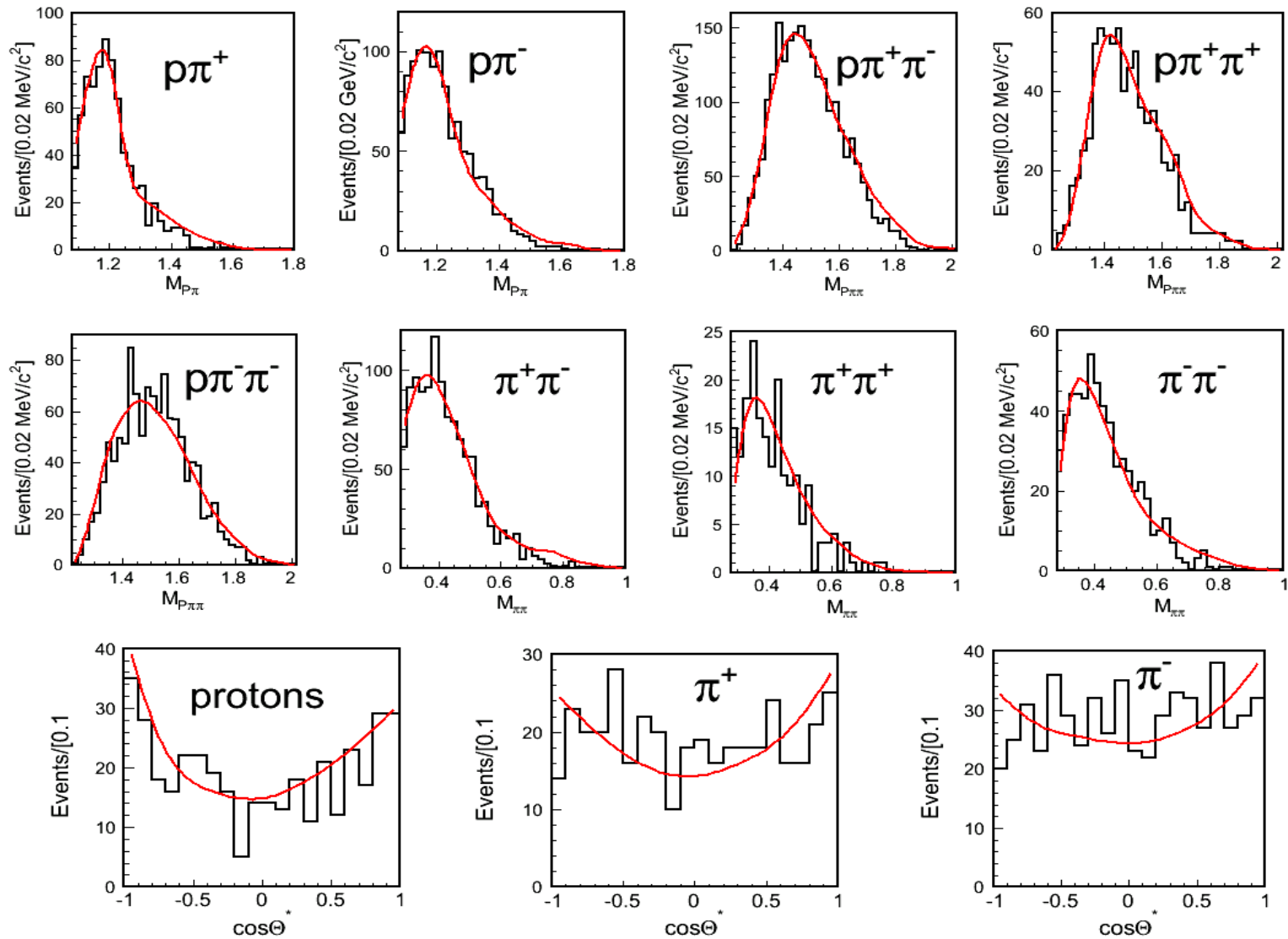
• Реакция $nr \rightarrow rrp^+p^+p^-p^-p^-$



диаграммы для реакции $rr \rightarrow rr p^+p^+p^-p^-p^-$

Поперечные сечения для реакций из $P_0=5.20$ ГэВ/с :

- $rr \rightarrow rr p^+p^+p^-p^-p^- \quad \sigma = (18.7 \pm 4.1) \text{ мкб}$
- $rr \rightarrow rr p^+p^+p^-p^-p^-p^0 \quad \sigma = (3.6 \pm 1.0) \text{ мкб}$
- $rr \rightarrow nr p^+p^+p^-p^-p^- \quad \sigma = (3.7 \pm 1.0) \text{ мкб}$

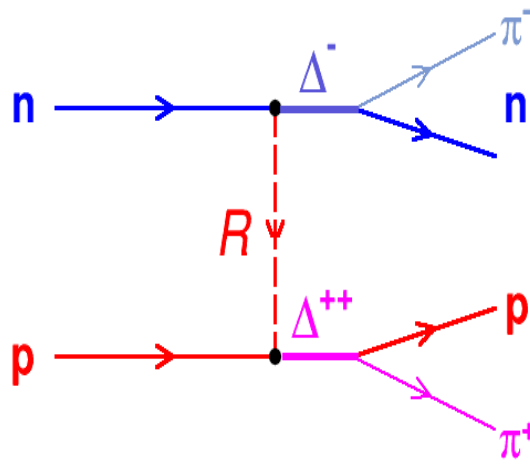


Распределения из реакции $pr \rightarrow rr \pi^+ \pi^+ \pi^- \pi^- \pi^-$ при $P_0=5.20$ ГэВ/с.
Красная линия – расчёты по OPER-модели.

6. Реакция $p \rightarrow \Delta^{++} \Delta^{-}$

Метод выделения событий реакции $p \rightarrow \Delta^{++} \Delta^{-}$ предложен в [14]:

отбирались события с $\cos\Theta_{NN'}^{\Delta} < 0$ в верхней и нижней вершинах диаграммы.
Вклад фона $\leq 5\%$.



Для дальнейших исследований

был сформирован

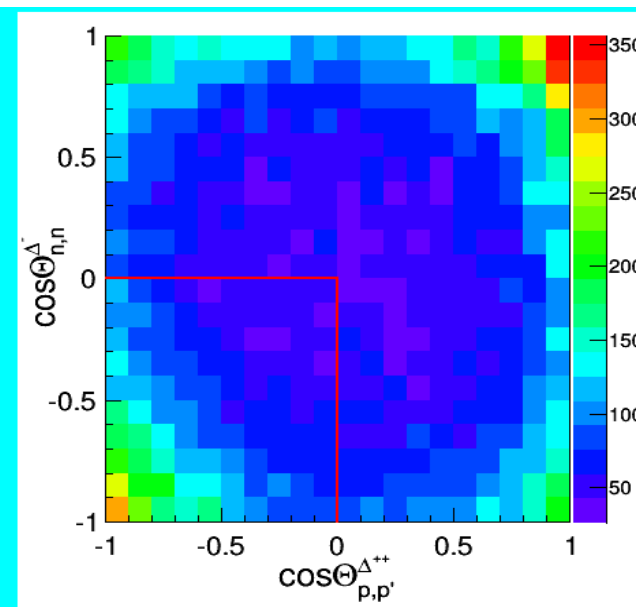
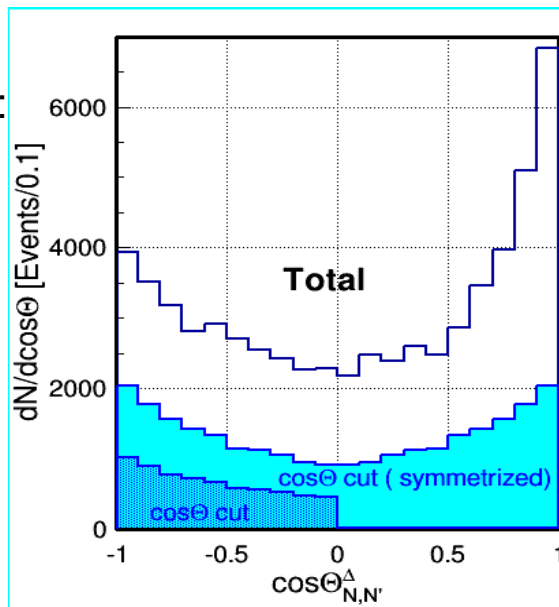
вспомогательный набор данных:

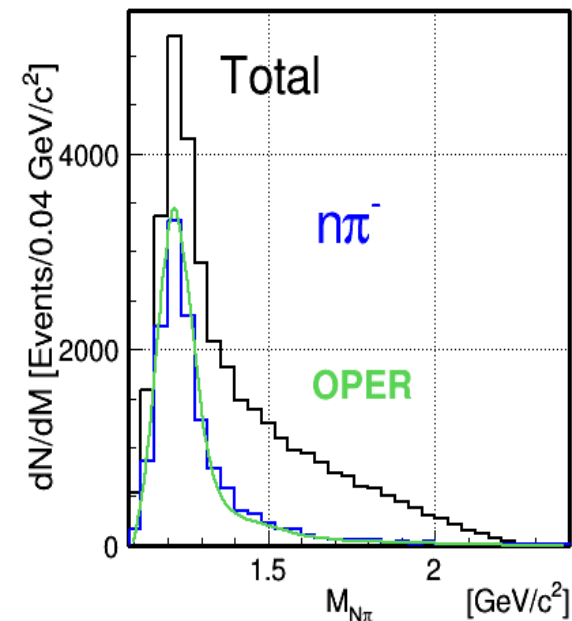
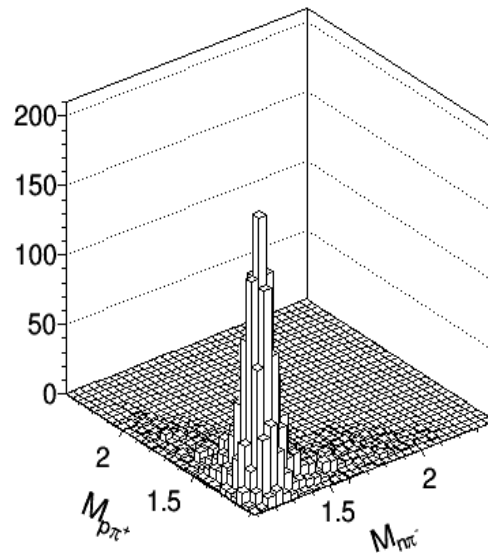
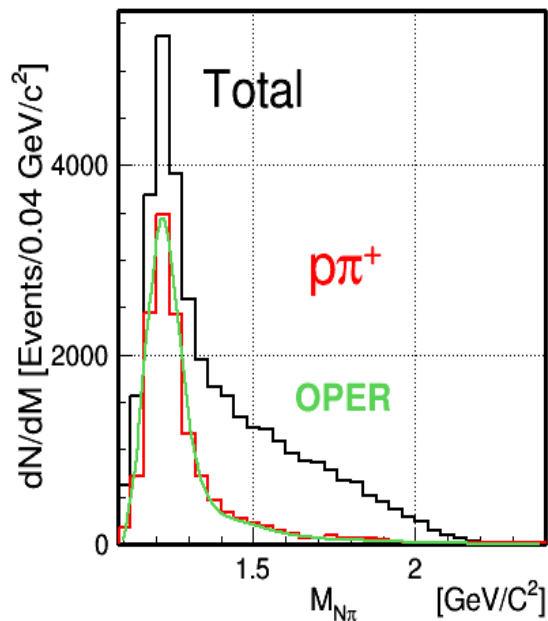
$$\mathbf{N}_{\text{out}} \rightarrow -\mathbf{N}_{\text{out}}$$

$$\mathbf{\pi}_{\text{out}} \rightarrow -\mathbf{\pi}_{\text{out}}$$

чтобы заменить остальные

3 квадранта.





Наблюдается хорошее согласие между экспериментальными данными и теорией (OPER-модель).

Поперечное сечение реакции $np \rightarrow np \Delta^{++} \Delta^-$

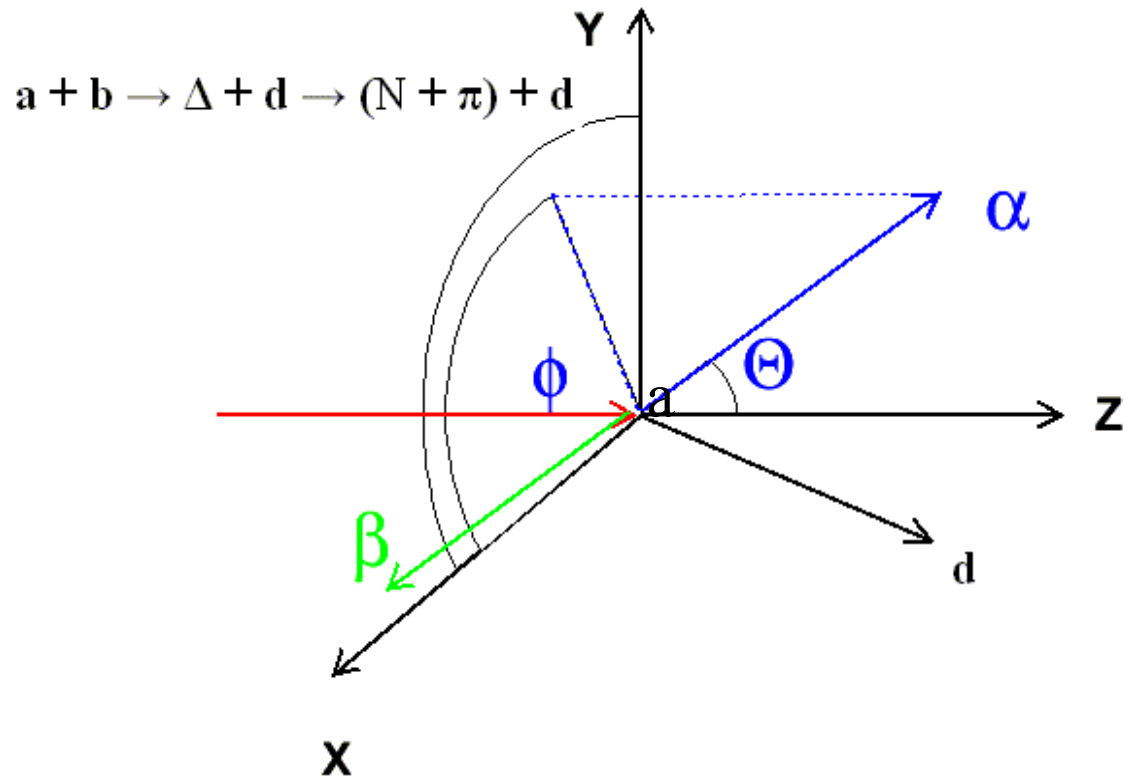
$$\sigma = (2.50 \pm 0.13) \text{ мб при } P_0=5.20 \text{ ГэВ/с}$$

$$\sigma = (2.64 \pm 0.19) \text{ мб при } P_0=3.83 \text{ ГэВ/с}$$

$$\sigma = (1.29 \pm 0.10) \text{ мб при } P_0=2.23 \text{ ГэВ/с (определено ранее}^{[12]})$$

Для изучения Δ -распада
использовалась следующая
система координат:

Система углов Адера^[15]
(спиральная система)

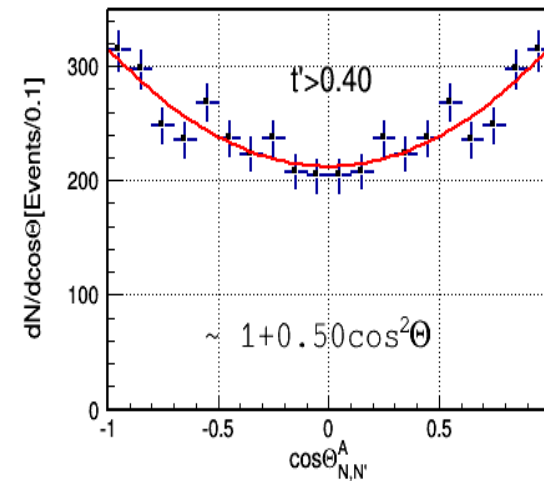
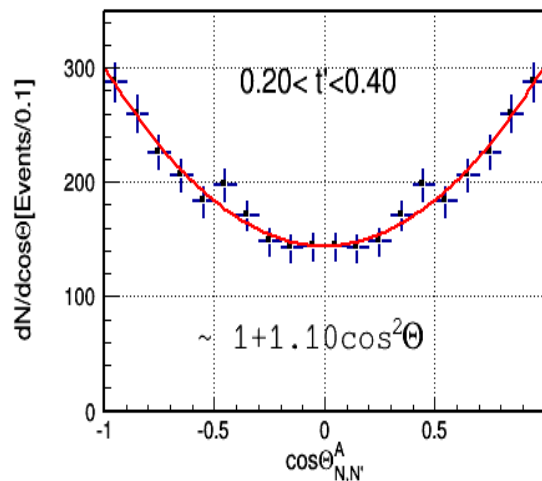
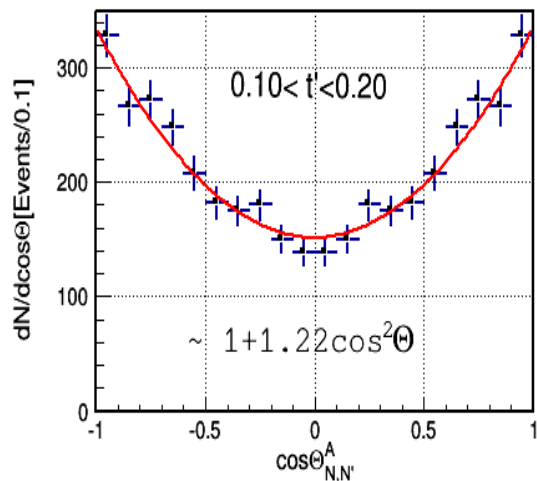
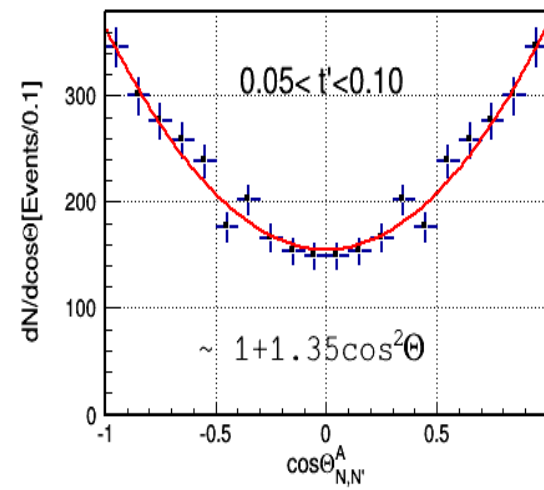
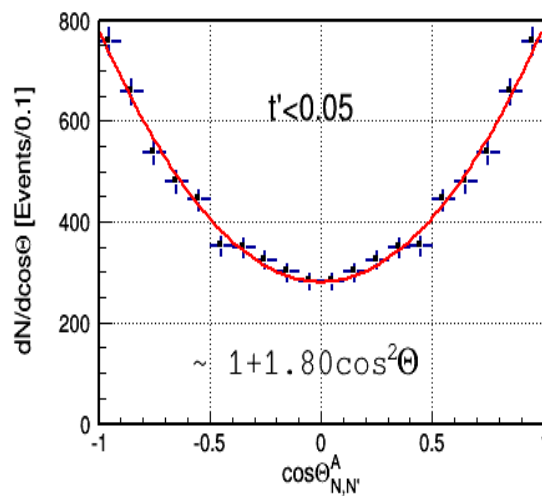
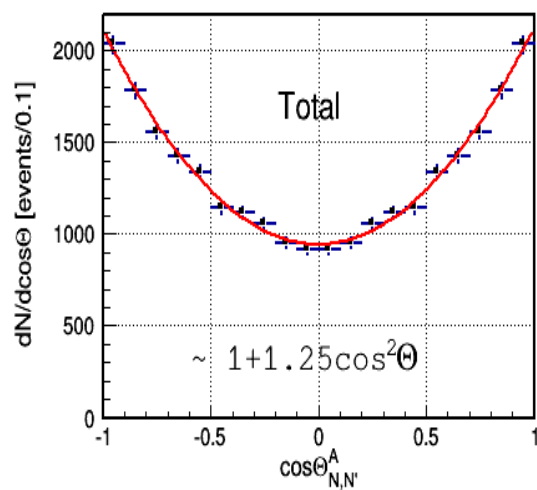


Угловое распределение вторичных частиц N и π от распада Δ ^[16]

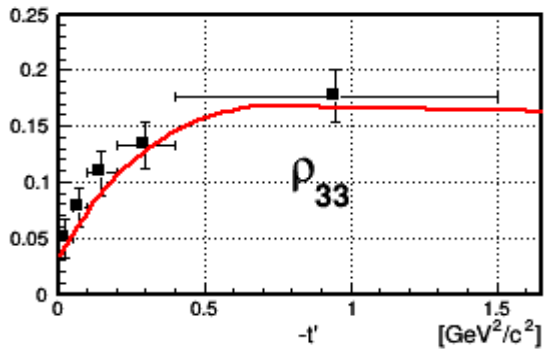
$$W_{\Delta}(\Theta, \varphi) = \frac{3}{4\pi} \left\{ \rho_{33} \sin^2 \Theta + \rho_{11} \left(\frac{1}{3} + \cos^2 \Theta \right) - \frac{2}{\sqrt{3}} \operatorname{Re} \rho_{3-1} \sin^2 \Theta \cos 2\varphi - \frac{2}{\sqrt{3}} \operatorname{Re} \rho_{31} \sin 2\Theta \cos \varphi \right\}$$

$$\rho_{33} + \rho_{11} = 0.5$$

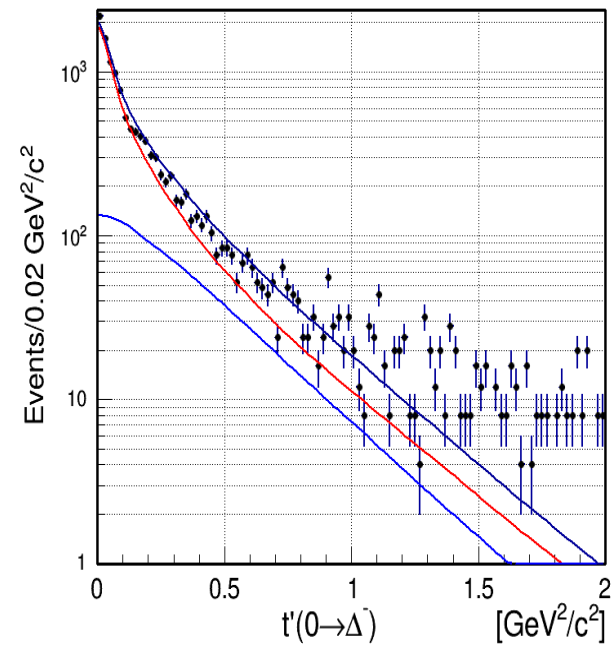
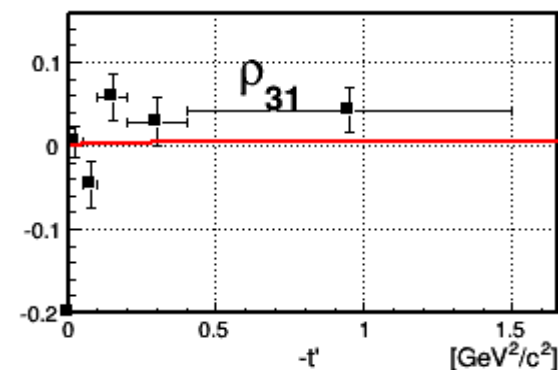
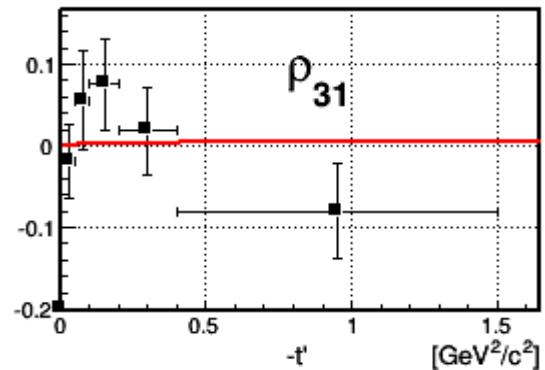
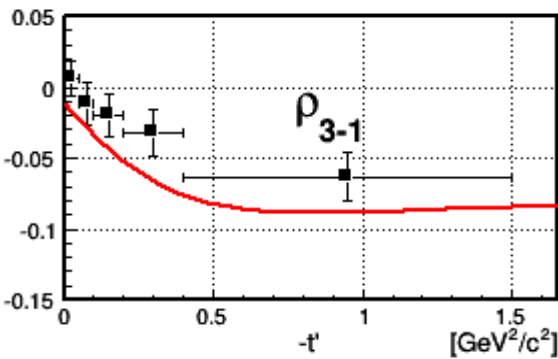
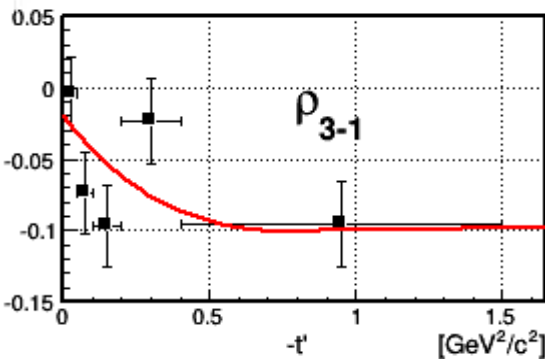
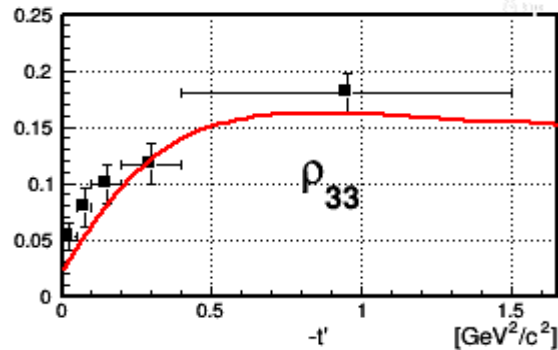
$$W(\Theta) = \frac{3}{2} \left\{ \left(\frac{1}{6} + \frac{2}{3} \rho_{33} \right) + \left(\frac{1}{2} - 2\rho_{33} \right) \cos^2 \Theta \right\}$$



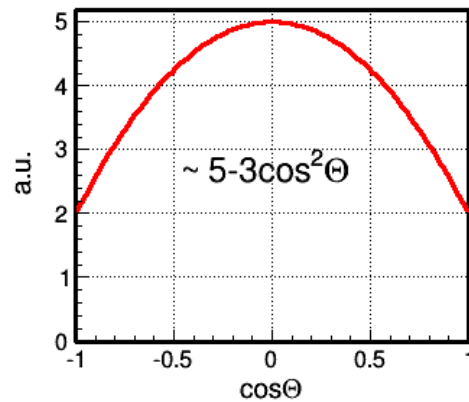
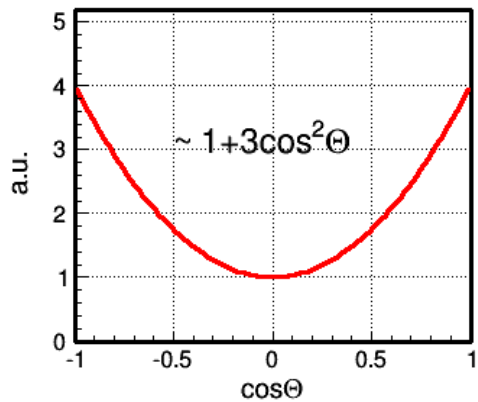
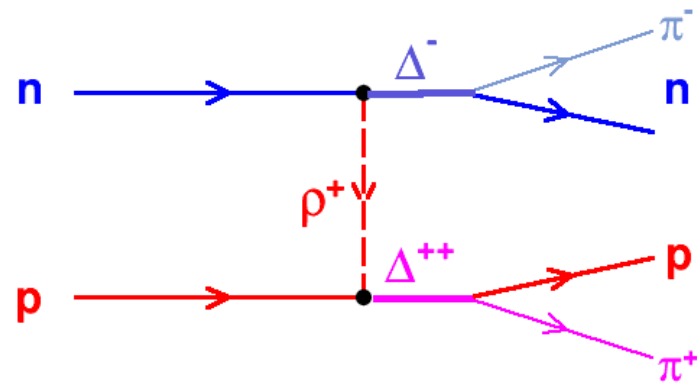
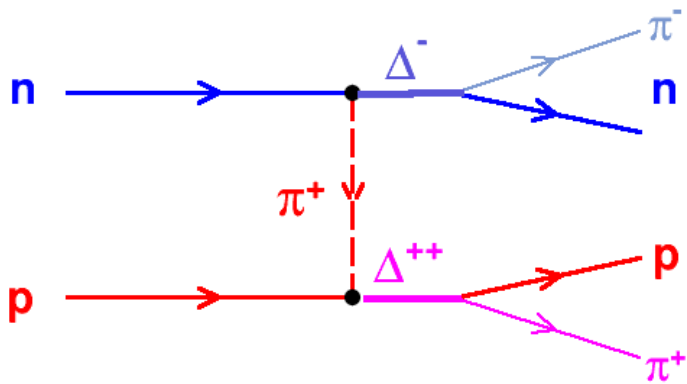
$P_0=3.83 \text{ GeV}/c^2$



$P_0=5.20 \text{ GeV}/c^2$



— Total
— OPER
— ρ -обмен



$$\rho_{33} = 0$$

$$M_{22\pi} \sim T_{\pi N \rightarrow \pi N} \frac{F_{22\pi}}{(t - m_{\pi}^2)} T_{\pi N \rightarrow \pi N}$$

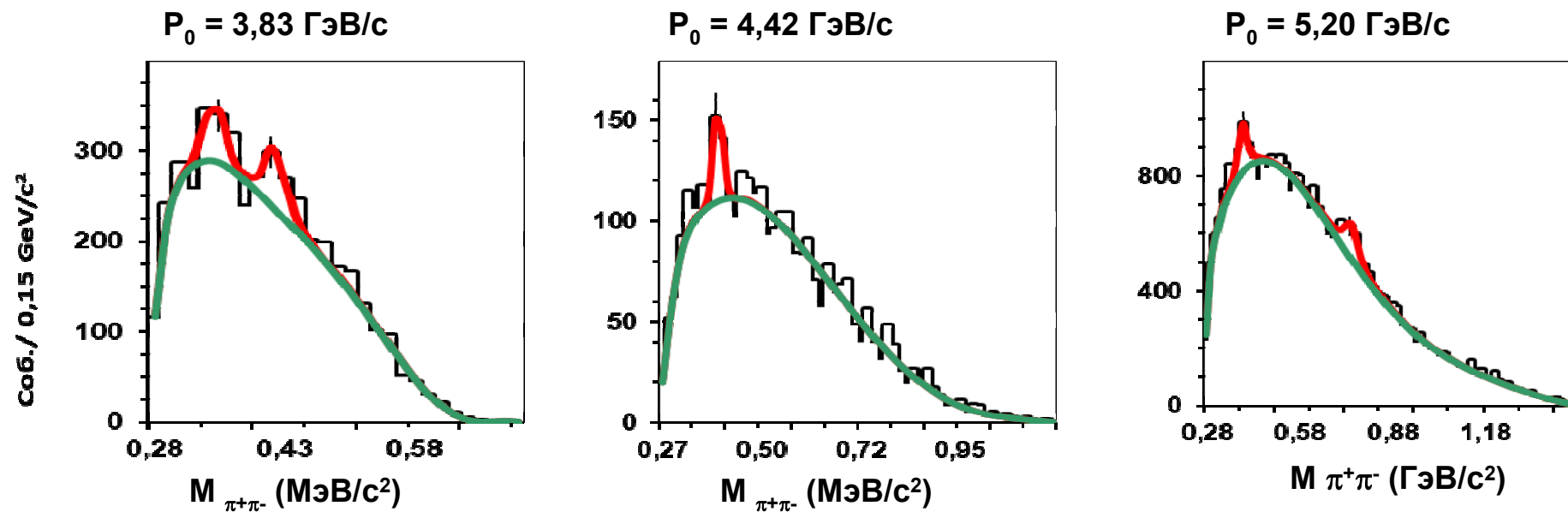
$$\rho_{33} = 0.25$$

$$M_{22\rho} \sim T_{\rho N \rightarrow \pi N} \frac{F_{22\rho}}{(t - m_{\rho}^2)} T_{\rho N \rightarrow \pi N}$$

7. Экзотические состояния

- Реакция $pn \rightarrow pn \pi^+ \pi^-$

События из реакции $pn \rightarrow \Delta \Delta$ исключены из набора данных, Использована обрезка $|X^* \pi^+ \pi^-| < 0,5$



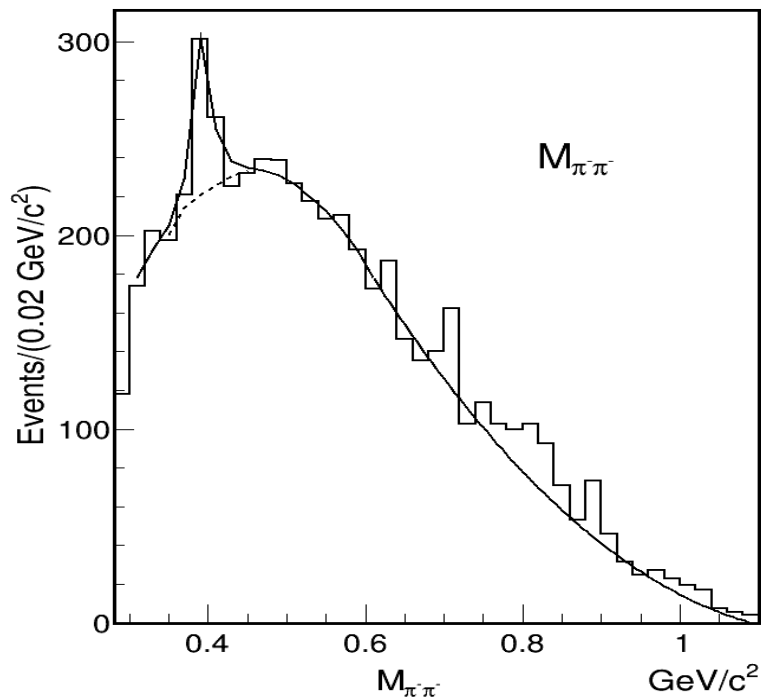
Фон – расчёты по OPER-модели

P_n (ГэВ/с)	$M_{\pi^+ \pi^-}$ (МэВ/с ²)	$\Gamma_{\text{эксп.}}$ (МэВ/с ²)	$\Gamma_{\text{рез.}}$ (МэВ/с ²)	S.D.
2,23	414 ± 7	$20 \pm 7,5$	18	5,3
3,83	404 ± 4	15 ± 3	13	5,2
5,20	408 ± 4	15 ± 4	13	7,1
5,20	747 ± 6	51 ± 16	45	8,6

• Реакция $np \rightarrow pp \pi^+ \pi^- \pi^-$ [19]

при $P_0=5.20$ ГэВ/с

Комбинация $\pi^- \pi^-$ $I=2$



$$M_{\text{рез}} = (393 \pm 3) \text{ МэВ/с}^2$$

$$\Gamma = (11 \pm 5) \text{ МэВ/с}^2$$

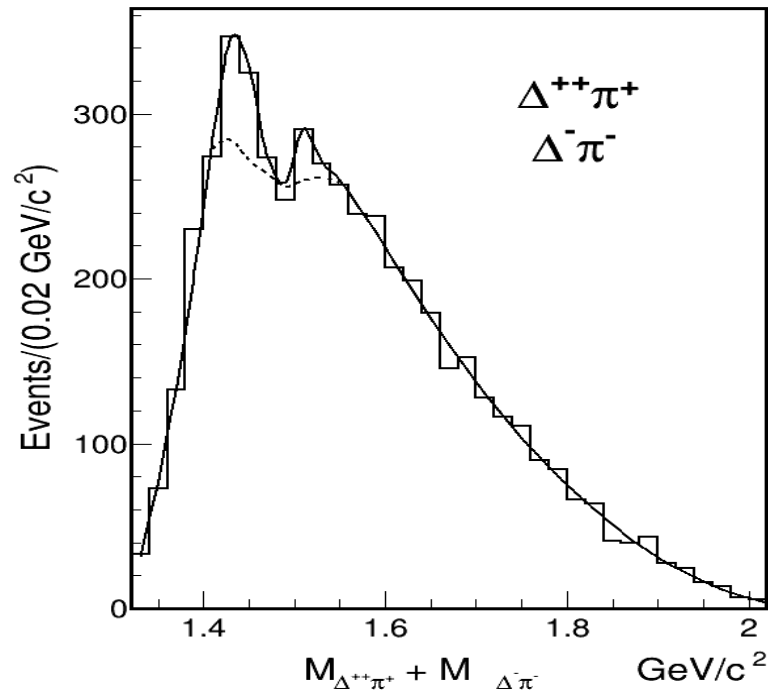
$$\sigma_{\text{рез}} = (13 \pm 3) \text{ мкб}$$

фон - полиномиальная кривая

• Реакция $np \rightarrow np \pi^+ \pi^+ \pi^- \pi^-$ [19]

при $P_0=5.20$ ГэВ/с

Комбинация $\Delta \pi$ $I=5/2, I_3=\pm 5/2$



$$\Delta: 1174 \text{ МэВ/с}^2 \leq M_{N\pi} \leq 1254 \text{ МэВ/с}^2$$

$$M_1 = 1441 \text{ МэВ/с}^2 \quad M_2 = 1515 \text{ МэВ/с}^2$$

$$\Gamma_1 = 7 \text{ МэВ/с}^2 \quad \Gamma_2 = 7 \text{ МэВ/с}^2$$

$$\sigma_1 = (6, 0 \pm 1, 6) \text{ мкб} \quad \sigma_2 = (2, 0 \pm 1, 3) \text{ мкб}$$

фон - периферический фазовый объём

8. Заключение

- Рождение π -мезонов в np -взаимодействиях обеспечивается возбуждением и распадом Δ^* - and N^* - резонансов (данные PWA и GIM).
- Большая периферичность вторичных адронов приводит к идее использования обменных моделей (π , P и др. обменов).
- OPER – модель позволяет получить хорошее описание характеристик рождения от 2 до 6 π -мезонов в np - взаимодействиях. При малых энергиях ($P_0 < 3$ ГэВ/с) необходимо принимать во внимание и другой механизм реакций (такой как OBE-модель).
- События реакции $np \rightarrow \Delta^- \Delta^{++}$ были выделены с помощью методики, отличной от вырезки по массам pp^+ и pn^- комбинаций. Определены сечения реакции $np \rightarrow \Delta^- \Delta^{++}$ и вычислены элементы матрицы спиновой плотности $|r_{ij}|$ образующегося Δ -резонанса. Результаты находятся в хорошем согласии с мировыми данными [17,18] Показано, что удовлетворительное описание спиновых эффектов может быть получено при учёте механизма обмена ρ -мезоном.
- Для подтверждения наблюдения экзотических состояний состояний в pp -комбинациях (в т.ч.с $I=2$) и Δp -комбинациях (с $I=5/2$) необходимо максимально уменьшить вклад фона.

9. Литература

● Эксперимент и обработка данных

1. A.P.Gasparian et al. **Prib.Tekh.Eksp.**, **77**, N2 (1977), pp. 37-42.
2. C.Besliu et al. **YaF** **43** (1986), pp. 888-892.

● OPER-модель

3. *L.Ponomarev*. **Part. and Nucl.**, v.7(1), pp. 186-248, 1976, JINR, Dubna (in russian).
4. *A.P.Jerusalimov et al.* Study of the Reaction $np \rightarrow np\pi^+ \pi^-$ at Intermediate Energies.
<http://arxiv.org/pdf/1102.1574.pdf>
5. *A.P.Jerusalimov et al.* Analysis of the Reaction $np \rightarrow np\pi^+ \pi^-$ from the point of view of The OPER-model. <http://arxiv.org/pdf/1203.3330.pdf>
6. *A.P.Jerusalimov*. Contribution of the 'hanged' diagrams into the reaction $np \rightarrow np\pi^+ \pi^-$ at Intermediate Energies.
<http://arxiv.org/pdf/1208.3982v1.pdf>

● ОВЕ-модель

7. *A.B. Kaydalov and A.F. Nilov*. **YaF**, v.41(3),pp. 768-776, 1985 ;
YaF, v.52(6), pp. 1683-1696, 1990.
8. NN and ND interactions - a compilation. **UCRL-20000 NN**, august 1970.
9. *V.Barashenkov and B.Kostenko*. JINR Comm. 4-84-761, 1984, JINR, Dubna. (in russian).

● Другие модели

10. *L. Alvarez-Ruso, E. Oset, E. Hernandez*. **NP A633**, 519 (1998).
11. *Xu Cao, Bing-Song Zou and Hu-Shan Xu*. **PR C81**, 065201 (2010).

- 12 *A.P.Jerusalimov et al., Eur.Phys.J. A51 (2015) no.7, 83*
13. [*A.Abdivaliev et al. NP B168 (1980), pp.385-393*]
14. *Van Appeldoorn G.W. et al. NP B156 (1), 111 (1979).*
15. *Ader J.P., Meyers C., Bonnier B. NP B47 (2), 397 (1972).*
16. **Фелд Б.** Сохранение углового момента. // Модели элементарных частиц. Пер. с англ. Мир, 1971.
17. *Shapira et al. NP B23 (3), 583 (1970).*
18. *Hochman D. et al. NP B80 (2), 189 (1974).*
19. *К.Бешлиу и др.* Сообщения ОИЯИ, Д1-83-15, 1983.
20. *C.Besliu et al. YaF 43 (1986), pp. 888-892.*



Спасибо за внимание !

Приложения

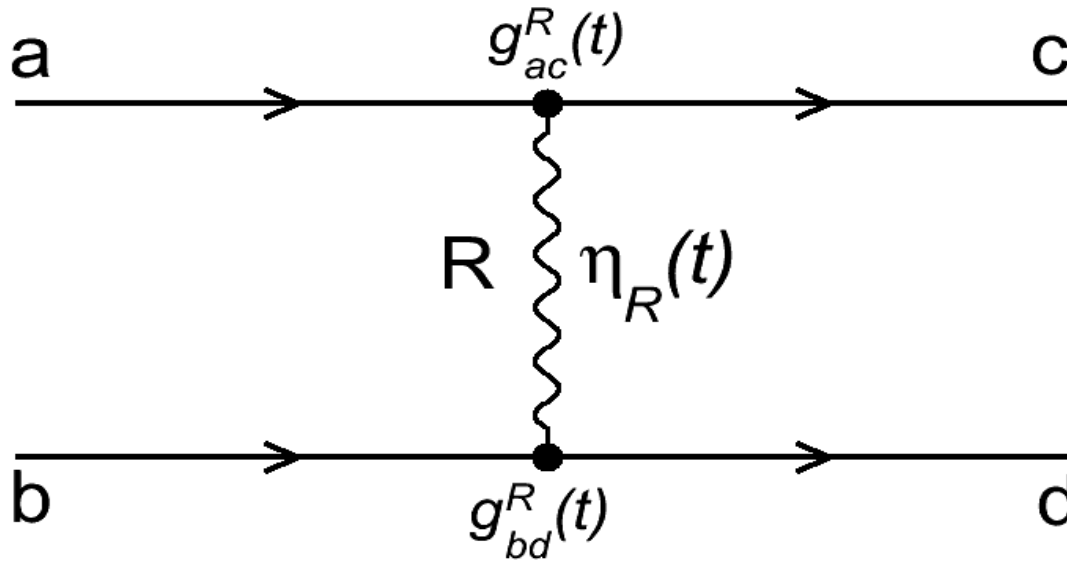
Various modifications of the one pion exchange models (OPE) are used to describe the experimental data of the inelastic NN-, $\bar{N}N$ - and πN -interactions. At that parameters of these models are different for various processes and even for concrete reactions at various energies.

Various models differ also in respect of the reggeization of π -meson: at times an exchange by elementary π -meson ^[1] is used at other times - by reggeized π -meson ^[2]. The models of Regge pole exchange ^[3,4] are based on the **method of complex momenta** and consider an exchange in t-channel by a virtual state **R** that has quantum numbers of particle (resonances) with variable spin and is on some trajectory $\alpha_R(t)$ named Regge trajectory.

The most developed and detailed model of reggeized π -meson exchange is the model suggested in ITEP ^[5]. The advantages of this model are:

- small number of free parameters (3 in our case),
- wide region of the described energies (2 ÷ 200 GeV),
- calculated values are automatically normalized to the reaction cross-section.

Amplitude of binary and quasi-binary processes $a + b \rightarrow c + d$ [3]



$$T_R(s, t) = i8\pi s_0 g_{ac}^R(t) \eta_R(t) \left(\frac{ss_0}{m_c^2 m_d^2} \right)^{\alpha_R(t)} g_{bd}^R(t)$$

where $g_{ac}^R(t)$, $g_{bd}^R(t)$ – vertex functions
 $\alpha_R(t)$ - Regge trajectory

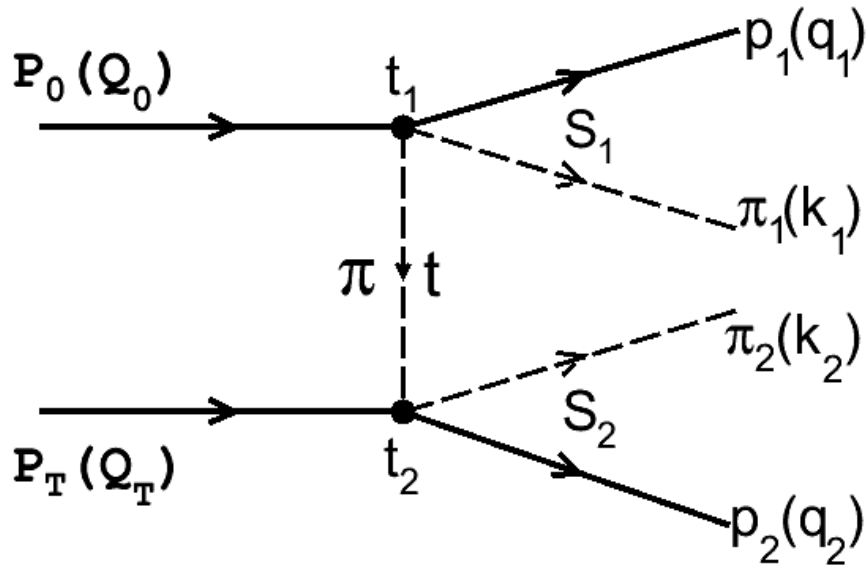
$$\eta_R(t) = -\frac{\sigma + \exp(-i\pi\alpha_R(t))}{\sin[\pi\alpha_R(t)]}$$

- signature factor with signature

$\sigma = (-1)^l$ for interger l (bosons)

$\sigma = (-1)^{l\pm 1/2}$ for interger l (fermions)

Reaction $NN \rightarrow NN\pi\pi$ [5]



$$\begin{aligned}
 s &= (Q_1 + Q_2)^2 \\
 s_1 &= (q_1 + k_1)^2 \\
 s_2 &= (q_2 + k_2)^2 \\
 t_1 &= (Q_1 - q_1)^2 \\
 t_2 &= (Q_2 + q_2)^2 \\
 t &= (Q_1 - q_1 - k_1)^2 \\
 &= (Q_2 - q_2 - k_2)^2
 \end{aligned}$$

$$M_{22} = T_{\pi N \rightarrow \pi N}^{up} \frac{F_{22}(s, t, s_1, s_2 \dots)}{(t - m_\pi^2)} T_{\pi N \rightarrow \pi N}^{down}$$

at small $|t| \rightarrow \eta(t) \sim 1/(t - m_\pi^2)$

$$F_{22} = e^{R_2^2(t - m_\pi^2)} \left[\frac{s \kappa_1^2 \kappa_2^2}{s_0 s_1 s_2} \right]^{\alpha_\pi(t)}$$

$$\begin{aligned}
 \kappa_{i\perp}^2 &= \mathbf{k}_{i\perp}^2 + m_\pi^2 - c(t - m_\pi^2) \quad (C=0.08) \\
 \alpha_\pi(t) &= \text{Regge trajectory}
 \end{aligned}$$

For quasi two-body reactions like $\mathbf{a} + \mathbf{b} \rightarrow \mathbf{c} + \mathbf{d}$

$$\begin{aligned} \pi N &\rightarrow N^*(\Delta^*) \rightarrow \Delta \pi, \\ &\rightarrow N^*(\Delta^*) \rightarrow N \rho, \\ &\rightarrow N^*(\Delta^*) \rightarrow N \varepsilon, \\ &\rightarrow N^*(\Delta^*) \rightarrow N^*_{1440} \pi, \end{aligned}$$

one can write

$$d\sigma = \frac{1}{(2S_a + 1)(2S_b + 1)} \left(\frac{2\pi}{p} \right)^2 \sum_{\lambda_i} |\langle \lambda_d \lambda_c | T | \lambda_b \lambda_a \rangle|^2 \times dPS$$

where $\langle \lambda_d \lambda_c | T | \lambda_b \lambda_a \rangle = \frac{1}{4\pi} \sum_j (2j + 1) \langle \lambda_d \lambda_c | T_j | \lambda_b \lambda_a \rangle e^{i(\lambda - \mu)\varphi} d^j_{\lambda\mu}(\vartheta)$

$\lambda = \lambda_a - \lambda_b$, $\mu = \lambda_c - \lambda_d$ – helicity variables, $d^j_{\lambda\mu}(\theta)$ – rotation matrixes.

The polarization components of the particles \mathbf{c} and \mathbf{d} from the reaction $\mathbf{a} + \mathbf{b} \rightarrow \mathbf{c} + \mathbf{d}$ is suitable to express through the elements of the spin density matrix (for example, for particle \mathbf{d}):

$$\rho^d_{mm'} = \frac{1}{N} \sum_{\lambda_c \lambda_b \lambda_a} \langle m' \lambda_c | T | \lambda_b \lambda_a \rangle^* \langle m \lambda_c | T | \lambda_b \lambda_a \rangle$$

where $N = \sum_{m \lambda_c \lambda_b \lambda_a} |\langle m \lambda_c | T | \lambda_b \lambda_a \rangle|^2$ normalization factor for $\text{Sp} \rho = 1$.

Appendix: Parametrization of $\pi N \rightarrow \pi \pi N$ reactions

Within the framework of **Generalized Isobar Model (GIM)**

[D.J. Herndon et al. PR D11, 3165 (1975); D.M.Manley and E.M. Saleski, PR D45, 4002 (1992)]

$\pi N \rightarrow \pi \pi N$ reactions are described as quasi-two body ones:

$$\begin{aligned} \pi N &\rightarrow N^*(\Delta^*) \rightarrow \Delta \pi , \\ &\rightarrow N^*(\Delta^*) \rightarrow N \rho , \\ &\rightarrow N^*(\Delta^*) \rightarrow N \varepsilon , \quad \varepsilon - \mathbf{S}\text{-wave of } \pi\pi \text{ scattering with } I=0 \\ &\rightarrow N^*(\Delta^*) \rightarrow N_{1440}^* \pi , \end{aligned}$$

$$\Delta \rightarrow N \pi ,$$

with the consequent

$$\rho \rightarrow \pi \pi ,$$

decays :

$$\varepsilon \rightarrow \pi \pi ,$$

$$N_{1440}^* \rightarrow N \pi .$$

$N^*(1440) P11$

$D^*(1600) P33$

$N^*(1520) D13$

$D^*(1620) S31$

$N^*(1675) D15$

$D^*(1700) D33$

$N^*(1680) F15$

$D^*(1900) S31$

$N^*(1720) P13$

$D^*(1905) F35$

$N^*(2000) F15$

$D^*(1910) P31$

$N^*(2080) D13$

$D^*(1920) P33$

$N^*(2190) G17$

$D^*(1940) D33$

The parameters
of the following
resonances
(**** and ***)
were taken
from RPP

The spin and
isospin relations
were taken
account

For quasi two-body reactions like $\mathbf{a} + \mathbf{b} \rightarrow \mathbf{c} + \mathbf{d}$

$$\begin{aligned} \pi N &\rightarrow N^*(\Delta^*) \rightarrow \Delta \pi, \\ &\rightarrow N^*(\Delta^*) \rightarrow N \rho, \\ &\rightarrow N^*(\Delta^*) \rightarrow N \varepsilon, \\ &\rightarrow N^*(\Delta^*) \rightarrow N^*_{1440} \pi, \end{aligned}$$

one can write

$$d\sigma = \frac{1}{(2S_a + 1)(2S_b + 1)} \left(\frac{2\pi}{p} \right)^2 \sum_{\lambda_i} |\langle \lambda_d \lambda_c | T | \lambda_b \lambda_a \rangle|^2 \times dPS$$

$$\text{where } \langle \lambda_d \lambda_c | T | \lambda_b \lambda_a \rangle = \frac{1}{4\pi} \sum_j (2j + 1) \langle \lambda_d \lambda_c | T_j | \lambda_b \lambda_a \rangle e^{i(\lambda - \mu)\varphi} d^j_{\lambda\mu}(\vartheta)$$

$\lambda = \lambda_a - \lambda_b$, $\mu = \lambda_c - \lambda_d$ – helicity variables, $d^j_{\lambda\mu}(\theta)$ – rotation matrixes.

The polarization to express thro $\rho^d_{mm'}$ = $\frac{1}{N} \sum_{\lambda_c \lambda_b \lambda_a} \langle m' \lambda_c | T | \lambda_b \lambda_a \rangle^* \langle m \lambda_c | T | \lambda_b \lambda_a \rangle$ **d** is suitable

$$N = \sum_{m \lambda_c \lambda_b \lambda_a} |\langle m \lambda_c | T | \lambda_b \lambda_a \rangle|^2$$

where

normalization factor for $\text{Sp}\rho=1$.

Example:

$$\boldsymbol{\pi} + N \rightarrow N^*_{1680} \rightarrow \boldsymbol{\Delta} + \boldsymbol{\pi} \rightarrow (N + \boldsymbol{\pi}) + \boldsymbol{\pi}$$

$$\langle \lambda_{\Delta} | T | \lambda_N \rangle = C_{3,0;\frac{1}{2},-\lambda_{\Delta}}^{\frac{5}{2},-\lambda_N} C_{1,0;\frac{3}{2},-\lambda_{\Delta}}^{\frac{5}{2},-\lambda_{\Delta}} d_{-\lambda_N,\lambda_{\Delta}}^{\frac{5}{2}}(\vartheta) \times R_J$$

R_J is taken in Breit-Wigner form

Then it is easy to get the angular distribution of $\boldsymbol{\Delta}$ (in CMS):

$$\frac{d\sigma(s, t)}{d\Omega} \sim (1 + 2\cos^2\vartheta_{\Delta}) |R_J|^2 = (1 + 2\cos^2\vartheta_{\Delta}) BW(\sqrt{s}, M_R, \Gamma_R)$$

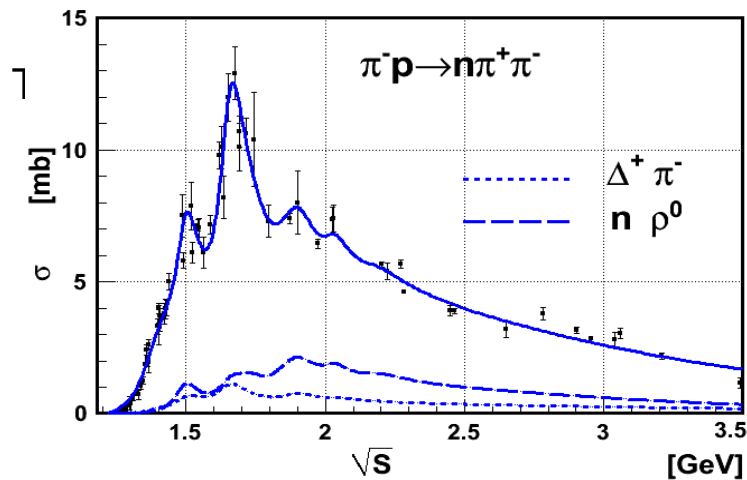
If particle \mathbf{d} is unstable: $\mathbf{d} \rightarrow \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\beta}$ ($\mathbf{d} \rightarrow \boldsymbol{\Delta} + \boldsymbol{\pi}$)

then in the rest system of the particle \mathbf{d} ($\mathbf{d} \rightarrow \boldsymbol{\Delta} + \boldsymbol{\pi}$)

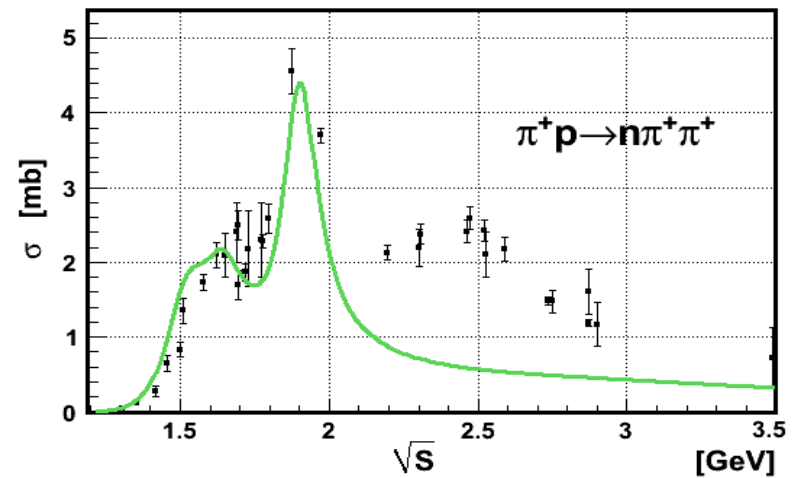
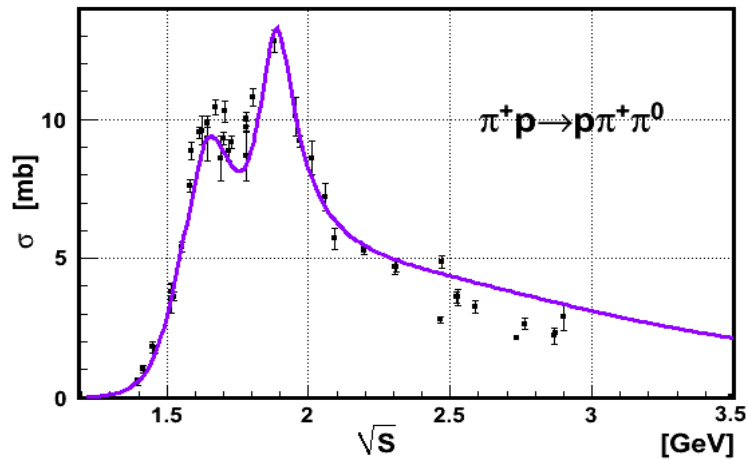
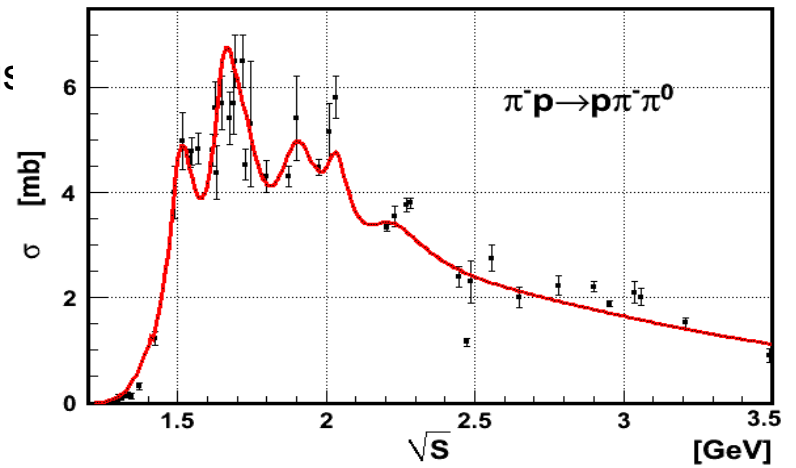
$$W_{\Delta}(\vartheta, \varphi) = \frac{3}{4\pi} \left\{ \rho_{33} \sin^2 \vartheta + \frac{1}{3} \rho_{11} (1 + 3 \cos^2 \vartheta) - \frac{2}{\sqrt{3}} \text{Re} \rho_{3-1} \sin^2 \vartheta \cos 2\varphi - \frac{2}{\sqrt{3}} \text{Re} \rho_{31} \sin 2\vartheta \cos \varphi \right\}$$

is the normalized angular distribution of the decay products.

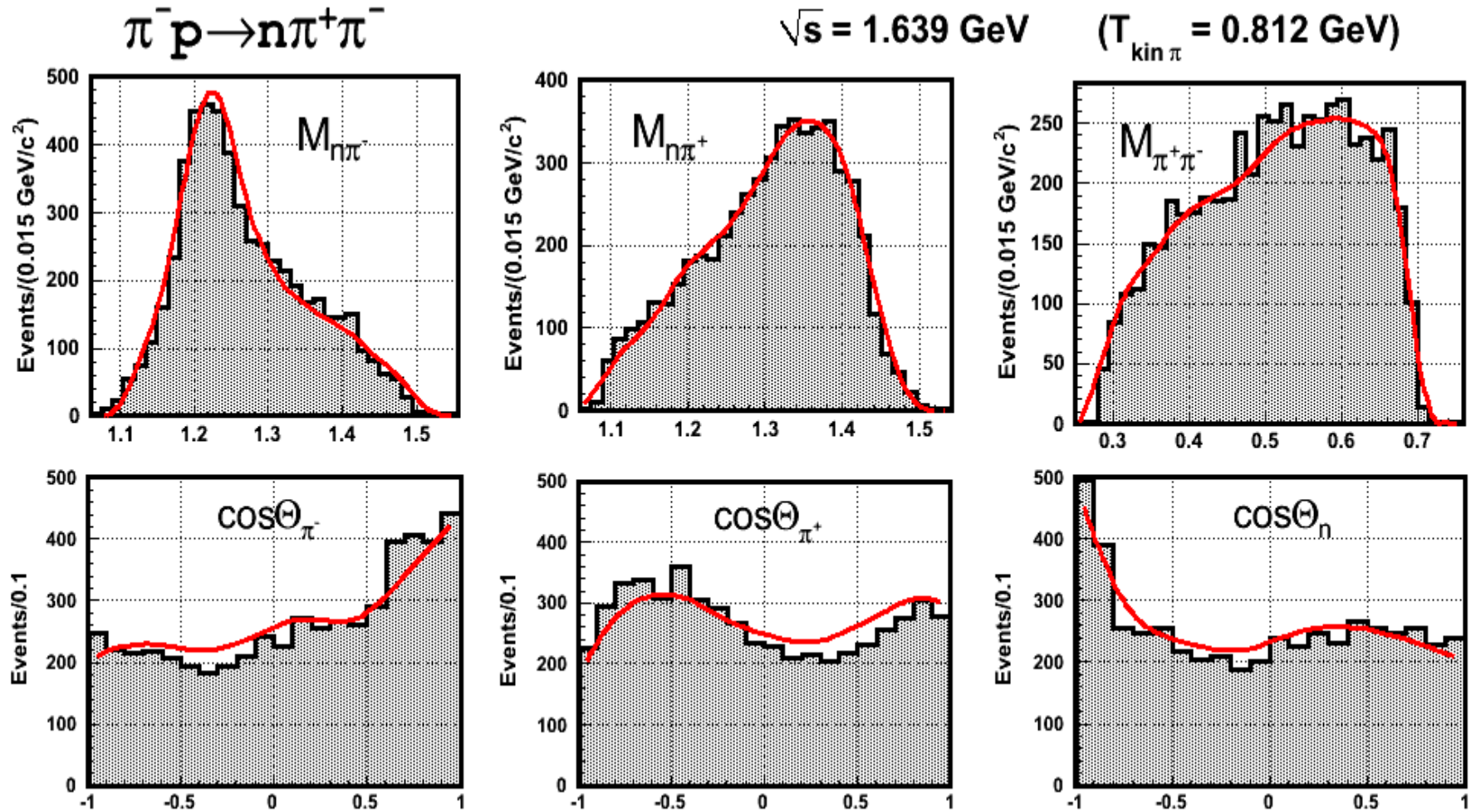
Comparison with experimental data



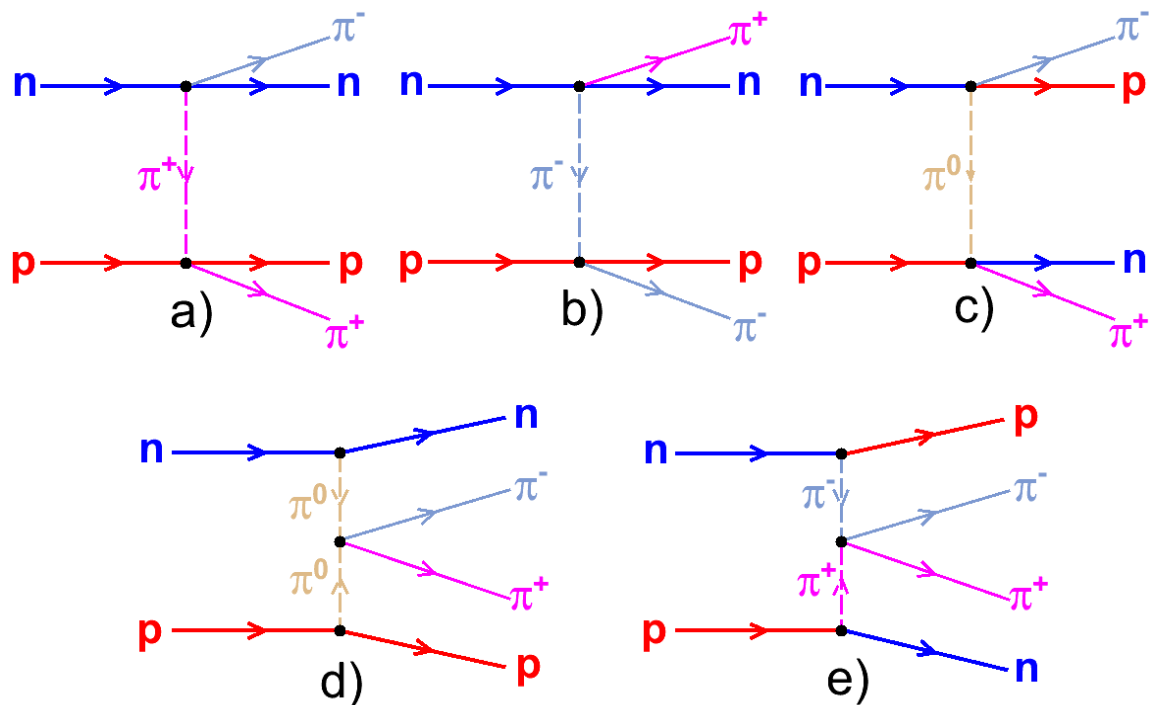
related us



Some distributions of the reaction $\pi^- p \rightarrow n \pi^+ \pi^-$ were calculated at various energies to study a quality of the application of **GIM** :



► 2. OPER-model for reaction $np \rightarrow n p \pi^+ \pi^-$



Interference between diagrams (a,b and c) is negligible at $P_0 > 3.0 \text{ GeV/c}$ [6]

The «hanged» diagrams (d and e) are important only at $P_0 > 10 \text{ GeV/c}$

Fig.1

Regge trajectory of π -meson: $\alpha_\pi(t) = \alpha'_\pi(t - m_\pi^2)$ with $\alpha'_\pi = 0.7$
 The data of elastic $\pi N \rightarrow \pi N$ were taken from PWA [7]

and
$$T_{\pi N \rightarrow \pi N}^{off} = \sqrt{\frac{Q(s_i, t_i, t)}{Q(s_i, t_i, m_\pi^2)}} T_{\pi N \rightarrow \pi N}^{on}$$

factor c in k_i^2 was taken in the form
$$c = \frac{2m_\pi}{\sqrt{s} - 2m_N}$$

But the diagrams shown in Fig.1 are insufficient to describe totally the characteristics of the reaction $np \rightarrow np\pi^+\pi^-$. It is necessary to take into account the diagrams of the following type:

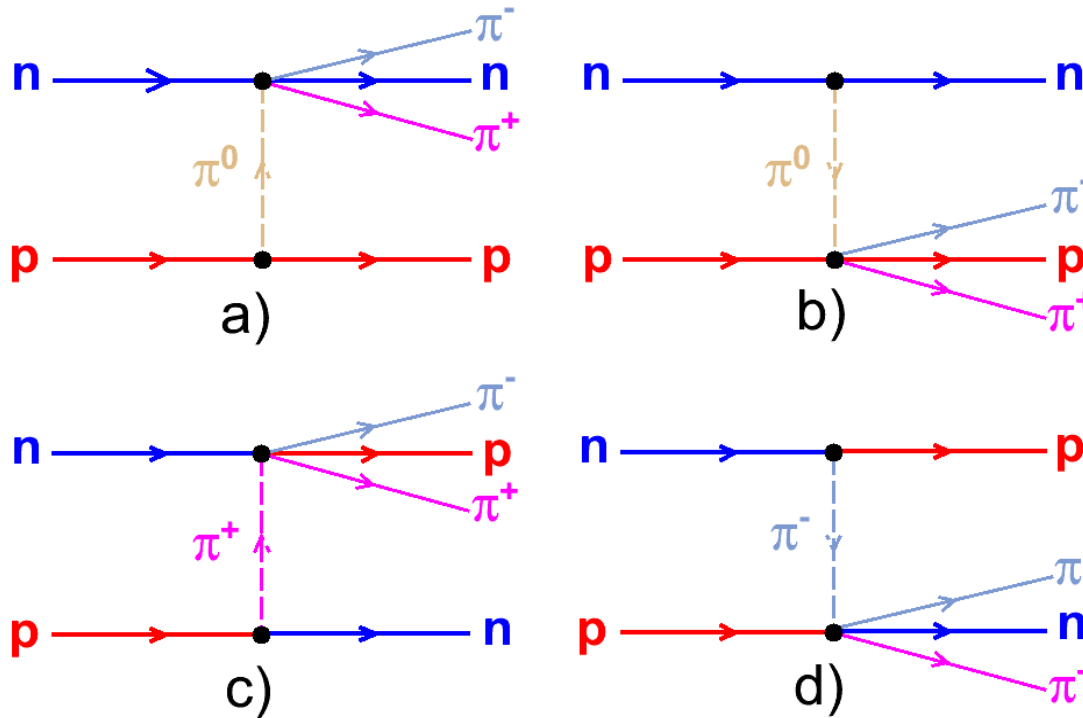


Fig. 2

the matrix element for which is written in the form like in [9] :

$$M_{13} = G\bar{u}(q_N)\gamma_5 u(Q'_N) \frac{F_{13}}{(t - m_\pi^2)} T_{\pi N \rightarrow \pi\pi N}$$

where $T_{\pi N \rightarrow \pi\pi N}$ - off mass shell amplitudes of inelastic $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ scattering [from GIM]

$$F_{13} = e^{R_1^2(t-m_\pi^2)} \left[\frac{s}{s_0} \frac{\kappa^2}{s_{N\pi\pi}} \right] \alpha_\pi(t)$$

and

-formfactor

An important detail in determination of value κ^2 in formfactor F_{13}

The reaction $\pi N \rightarrow \pi \pi N$ is in fact the sum of separate 2-particles channels (see **Appendix**):

$$\begin{aligned} \pi N &\rightarrow N^*(\Delta^*) \rightarrow \Delta \pi, \\ &\rightarrow N^*(\Delta^*) \rightarrow N \rho, \\ &\rightarrow N^*(\Delta^*) \rightarrow N \varepsilon, \\ &\rightarrow N^*(\Delta^*) \rightarrow N_{1440}^* \pi, \end{aligned}$$

Therefore there are 4 formfactors:

$$F_{13\Delta} \text{ for } \pi N \rightarrow \Delta \pi \text{ with } \kappa^2 = k_{\pi\perp}^2 + m_{\pi}^2 - c(t - m_{\pi}^2) \text{ and } C = \frac{m_{\pi}}{\sqrt{s} - 2m_N}$$

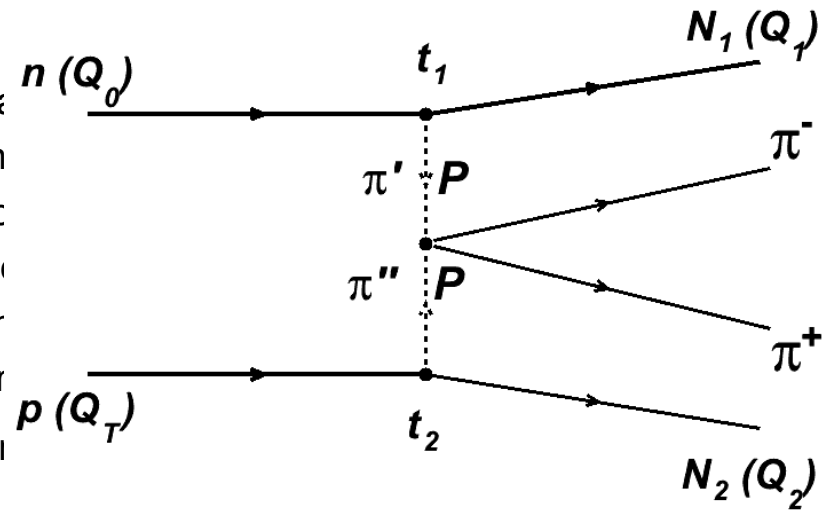
$$F_{13\rho} \text{ for } \pi N \rightarrow N\rho \text{ with } \kappa^2 = k_{\rho\perp}^2 + m_{\rho}^2 - c(t - m_{\rho}^2) \text{ and } C = \frac{m_{\rho}}{\sqrt{s} - 2m_N}$$

$$F_{13\varepsilon} \text{ for } \pi N \rightarrow N\varepsilon \text{ with } \kappa^2 = k_{\varepsilon\perp}^2 + m_{\varepsilon}^2 - c(t - m_{\varepsilon}^2) \text{ and } C = \frac{m_{\varepsilon}}{\sqrt{s} - 2m_N}$$

$$F_{13N} \text{ for } \pi N \rightarrow N^* \pi \text{ with } \kappa^2 = k_{\pi\perp}^2 + m_{\pi}^2 - c(t - m_{\pi}^2) \text{ and } C = \frac{m_{\pi}}{\sqrt{s} - 2m_N}$$

This choice of the formfactor provides the explanation for the absence of the clear signal of ρ -meson production in the effective masses of $\pi\pi$ – combinations from $NN \rightarrow NN\pi\pi$ reactions due to the suppression by a considerably larger value of κ^2 in formfactor F_{13}

It was shown in [9] that the processes of diffraction and N_{1680}^* -resonances make also sizeable contribution to the reaction $np \rightarrow pp\pi^-$. Therefore it is necessary to take into account for the reaction $np \rightarrow n p \pi^+ \pi^-$ that are described by diagrams in Fig.2 with the replacement of π - π exchange of vacuum pole (pomeron). The matrix element of pomeron exchange is written in following form



$$T_{\pi} = G \bar{u}(Q_1) \gamma_5 u(Q_0) \frac{F_{\pi}(S_{N_1 \pi \pi}, t_1, t_2)}{t_1 - m_{\pi}^2} T_{\pi\pi}(S_{\pi\pi}, t_1, t_2) \frac{F_{\pi}(S_{N_2 \pi \pi}, t_1, t_2)}{t_2 - m_{\pi}^2} G \bar{u}(Q_2) \gamma_5 u(Q_T)$$

where $u(Q_i) \gamma_5 u(Q_j)$ - vertex functions,

- F - formfactors in the form taken from [1],
- $T_{\pi\pi}$ - on shell amplitude of elastic π - π scattering